

UNIVERSO KURBECA, UNIVERSO EBENECA, KAJ LA SVIS-FROMAĜA MODELO DE KVARDIMENSIA SPACO *)

de Prof. D-ro F. J. BELINFANTE

Dept. of Physics, Purdue University, Lafayette, Indiana, Usono

Tom famkonata estas la ideo de *Einstein* ke kvardimensia spaco („universo”, kombinaĵo de tridimensia spaco kaj tempo) estas kurbececa. Ekzemple, konsideru „universlinion” kiu priskribas la movadon de planedo ĉirkaŭ la suno. Tio estas, ni imagu diagramon, en kiu horizontale en la xOy -ebeno oni desegnas la orbiton de planedo ĉirkaŭ la suno. Vertikale oni desegnas la tempon t . En tia diagramo la kurbo priskribanta la movadon de korpusklo estas nomata „universlinio” de tiu korpusklo. Ekzemple, la rondira movado de la planedo aspektos kiel helica „universlinio” ŝraŭbiĝanta ĉirkaŭ la vertikala rekta universlinio de la suno. Laŭ *Einstein*, tiu bildo de la universo ne estas tute realeca, ĉar ĝi uzas la ordinaran „ebenecan” geometrion kvazaŭ-eŭklidan. En pli korekta bildo, la universlinio de la planedo devus aspekti „rekta”, aŭ almenaŭ kvazaŭ-rekta („geodezia”), t.e. tiel rekta kiel la formo de spaco ebligas, do same tiel rekta kiel ekz. la ekvatoro sur la tera globo, kiu estas en ĉiu ĝia punkto la plej rekta linio kiun oni povas desegni okcidenten ne forlasantan la sferon. Kia maniere estas eble ke la universlinio de la planedo helicanta ĉirkaŭ la universlinio de la suno tamen povas esti kvazaŭrekta? Nur kurbecece de la universo mem povas ebligi tion. Do, laŭ *Einstein*, kvardimensia spaco kurbiĝas ĉe la lokoj kie troviĝas masoj.

En 1940, *Rosen*¹⁾ publikigis artikolon, laŭ kiu la universo estus samtempe kurbececa kaj ebeneca. Kvankam mi ne tute konsentas kun la konkludoj de *Rosen*, tamen la matematika aparato proponita de *Rosen* estas tre utila. Ĝin poste uzis *Papapetrou*²⁾ en artikolo grava pro la fakto ke *Gupta*³⁾ pli poste bazis sian kvantumteorion de gravito sur formulo deduktita de *Papapetrou* en tiu verko.

Ĉi tiuj aŭtoroj opinias ke fakte la universo „estas” ebeneca, kaj ke la kurbececece enkondukita de *Einstein* estis nura artifikaĵo por „klarigo” de la universlinio de planedo. Laŭ ili, la planeda universlinio „fakte” kurbiĝas, kaj ne estas verece kvazaŭrekta, kvankam ĝi aspektus rekta se la gravita kampo havus la geometrian signifon donitan al ĝi de *Einstein*.

*) La Redakcio ricevis la manuskripton de ĉi tiu artikolo jam en Februaro 1955. Intertempe la aŭtoro publikigis pli detalan anglalingvan artikolon pri ĉi tiu temo en *The Physical Review*, 98 793-800 [1955].

Mi nun klarigos kial laŭ la ĝenerala teorio de relativeco tiuj aŭtoroj ne pravas, kaj ne la kurbecece sed la ebeneco enkondukita de *Rosen* estas matematika artifikaĵo. Kompreneble, la demando ĉu la universo estas ebeneca aŭ kurbececa devus esti respondata nur laŭ la rezultoj de fizikaj mezuradoj ĉirkaŭ la suno. Ĉar tiaj mezuradoj nuntempe praktike ne estas eblaj, oni per rezonado provas eltrovi la rezulton, al kiu tia mezurado kondukus. Plej konvinkaj estas la rezonadoj de la adeptoj de *Einstein*. Detalan diskuton de ĉi tiu afero verkis *Møller* en la oka ĉapitro de sia libro *The Theory of Relativity*.⁴⁾

Oni scias ke la longoj de du egalaj mezuriloj ŝajnas esti diferencaj, se ili havas malsamajn rapidecojn. Kiam ili havas saman rapidon, ili ŝajnas egalaj. Ĉu ili ŝajnos egalaj, eĉ se la akcelo de la du mezuriloj diferencas? *Møller* supozas ke jes, almenaŭ se la mekanikaj proprecoj de la mezuriloj estas idealaj. Se li pravas, akcelo ne influas la longecon de mezurilo. Tial, laŭ la fundamenta „principo de egalvaloro de akcelo kaj de gravito”, *Møller* kun *Einstein* konkludas ke ankaŭ gravitaj kampoj ne tuŝos la longecon de mezurilo.

Tial la distancoj mezureblaj ĉirkaŭ la suno estas la samaj kiel tiuj mezurataj de observanto momente senmova sed akcelata gravite, kiel persono en lifto kiu komencas liberan falon post rompiĝo de la kablo de kiu ĝi pendis. Por tia persono la gravita kampo ŝajne ne ekzistas. Estas verŝajne kaj ĝenerale akceptite de la nuna sciencistaro ke por tia observanto la geometrio en lia tuja apudeco ŝajnos ebeneca kaj ordinara. Por li, falanta objekto ŝajne moviĝas rektlinie kaj senakcele, aŭ eble eĉ ripozas.

Do la moviĝo de planedo ŝajnas rekta kaj senakcela al persono tuj apuda kaj gravite falanta. Per la vortoj „tuj apuda” mi volas diri ke tiu falanta persono laŭsupoze troviĝas ĉe la pezocentro de la planedo priskribata. Vi do imagu ke estu kavo en la planedo ĉe ĝia pezocentro, kaj ke la observanto ŝvebas en tiu kavo, falanta kun la planedo al la suno (do ne falanta al la planedo). Nun vi pli bone komprenas kial mi diris ke por tia observanto la planedo ŝajne ripozas senmove, aŭ moviĝus rekte kaj senakcele, se hazarde la observanto havus komencan rapidecon kompare al la planedo.

Diferenciala geometrio ebligas al ni kalkuli kiel la tuta moviĝo de planedo aspektos por arbitra observanto, se estas donite ke ĝi moviĝas rekte kaj senakcele rilate al la observantoj ĉiumomente libere falantaj en la apudeco de ĝia pezocentro. Se la universlinio de la planedo estas rekta en ĉiu loka ebeneca koordinatsistemo en ĉiu ĝia punkto, laŭ la konkludoj de tiuj observantoj, tiam sekvas ke necese la tuta universlinio de la planedo devas esti geodezia. Tio estas, por ĉiu ajn observanto tiu universlinio aspektos kvazaŭrekta en spaco kun geometrio determinita de la mezuradoj de tiu observanto.

Sed eksperimente ni scias ke tiu planeda moviĝo respondas al universlinio helica ĉirkaŭ la suna universlinio. Du geodeziaj linioj povas helici unu ĉirkaŭ la alia nur se la universo mem estas kurbeca, kun la metriko (sistemo de mezurado) respondanta al la gravita kampo laŭ la ideoj de *E i n s t e i n*.

Ni do konkludas ke „fakte” la universo estas kurbeca. Oni devas uzi kurbliniajn koordinatojn por difini punkton en tia universo. Tamen, kiel en ebeneca spaco la leĝoj de mekaniko prenas formon plej simplan se oni uzas ortan koordinatsistemon, same tiel estas imageble ke en kurbeca universo iaj koordinatsistemoj estus preferindaj super aliaj pro pli simpla formo prenita de iaj naturaj leĝoj en ili.

Laŭ *E i n s t e i n*, tia prefero ne ĝenerale ekzistus. Kaj, prave, ŝajnas ke la klasikaj naturleĝoj estas egale simplaj rilate al ĉiuj ajnaj kurbliniaj koordinatsistemoj.

Tamen, tio jam ne estas tute vera. Ĉar jam delonge oni scias ke la leĝo de konserviĝo de energio prenas plej simplan formon en koordinatsistemoj kiuj estas kvazaŭ-ortaj en regionoj malproksimaj de ia materio. 4) Ankaŭ, *P a p a p e t r o u* montris en 1948 ke ekzistas iaj koordinatsistemoj, en kiuj la gravitaj ekvacioj povas esti skribataj en speciale simpla formo, se krom la „gravita” metriko oni enkondukas duan metrikan tensoron, kiu respondas al ebeneca anstataŭ kurbeca universo. Tia dua „metriko” tamen estas nur matematika artifiko arbitra, kaj ĝi tute ne respondas al rezultoj de fizikaj mezuradoj, kontraŭe al la asertoj de *R o s e n* kaj *P a p a p e t r o u*.

G u p t a trovis ke la kvantumizado de la gravita kampo estas multe pli simpla en tia speciala koordinatsistemo elektita de *P a p a p e t r o u*, ol en aliaj nepreferataj koordinatsistemoj. En la koordinatsistemoj preferindaj, la gravita kampo aŭ „metriko” kontentigas ne nur la kutimajn gravitajn ekvaciojn, sed krome ĝi kontentigas la t.n. „koordinatan kondiĉon de *D e D o n d e r*”. 5) Nu, en kurbeca universo eĉ preferindaj koordinatsistemoj devas esti kurbliniaj, kaj sur ebena papero oni ne povus desegni ekzaktan laŭskalan bildon de tia spaco, same kiel sur ebena papero oni ne povas desegni ekzaktan mapon de iu lando sur ĉi tiu sfera tero. Tamen, oni povas fari diagramon pri tia kurbeca spaco, desegnante, sur ebena papero kun orta x, y -koordinatsistemo, punkton $P(x, y)$ por reprezenti la punkton veran kun kurbliniaj koordinatoj x, y en la kurbeca universo. Kiel atlaso mapo, tia prezentado de reala spaco, kvankam ne ekzakte laŭskala, tamen donas bonan impreson pri la realaĵo. Ĝeneraligante, oni same povas fari „ebenecan” bildon kun „ortaj” koordinataksoj (kun „kvazaŭorta” akso por la tempkoordinato) por reprezenti la punktojn de kurbeca kvardimensia universo; kaj tia bildo multe povos helpi en la komprenado de okazantaĵoj en nia kurbeca universo. En tia ebeneca bildo, la universlinio geodezia (kvazaŭrekta) de la planeda moviĝo aspektos kiel helico; kaj linio ŝajne rekta en nia

bildo ne estas la bildo de vera geodezia linio, kaj ne estos sekvata de objekto libere moviĝanta kiel planedo.

Tiam ebenecan bildon ni do faras de unu el la specialaj koordinatsistemoj kiuj estas kvazaŭortaj malproksime de materio, kaj kiuj kontentigas la koordinatan kondiĉon de *D e D o n d e r* en la apudo de materio. Por priskribi la gravitan kampon ĉirkaŭ la suno kaj la moviĝon de planedoj en tiu kampo, oni ankaŭ povas elekti koordinatsistemon kun sfera simetrio ĉirkaŭ la suno metita ĉe la origino. Fine, per kutima transformado oni povas enkonduki en tia ebeneca bildo kun bilde kvazaŭorta koordinatsistemo novan koordinatsistemon polusan.

Tiam, la gravita (fizika) metriko estas donita en tia bildo en la formo de tensoro simetria kun komponantoj kiuj estas funkcioj de la radiusa variabla r de la ebenecaj polusaj koordinatoj.

La gravita metriko (kaj do la fizika kurbeco) de spaco ĉirkaŭ elektre neŭtra „laŭeble plej punkteca” korpusklo estas bone konata. Ĝin kalkulis *S c h w a r z s c h i l d* jam en 1916. Li esprimis ĝin per speco de polusaj koordinatoj ĉirkaŭ la centra fonto de la gravita kampo ĉe la origino de lia koordinata sistemo. Lokoj estas indikataj pere de anguloj θ kaj φ kaj pere de „radiusa variabla” ρ .

Tamen evidentiĝas ke lia radiusa variabla ρ nek estas la ŝajna elcentra distanco r aperanta en nia ebeneca bildo, nek egalas al la reala distanco R fizike mezurebla en nia kurbeca spaco. La rilatojn inter tiuj tri radiusaj variablaĵoj R, r, ρ mi kalkulis. La rezulto estas tre interesa.

Se M estas la maso (en gramoj) de la centra korpusklo, kaj G estas la gravita konstanto ($G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sek}^{-2}$), kaj se $c = 2,998 \times 10^{10} \text{ cm/sek}$ estas la rapideco de lumo en vakuo, tiam ni unue kalkulu la distancon GM/c^2 . Tiun distancon ni nomu m . Ekzemple, por neŭtrono $m \approx 1,23 \times 10^{-52} \text{ cm}$. *S c h w a r z s c h i l d* trovis ke lia radiusa variabla ρ ĉiam devas esti pli granda ol $2m$, do $\rho > 2m$; ĉar por valoroj $\rho < 2m$ de la radiusa variabla oni trovas ke la fizika radiusa distanco R fariĝus imaginara, kio signifas ke en spaco ne ekzistas realaj punktoj por $\rho < 2m$.

Mi nun trovis ke $\rho = r + m$. Do en nia ebeneca bildo de spaco ĉirkaŭ neŭtra korpusklo ni trovas ke la ŝajna radiuso r en nia bildo ne povas esti malpli ol m por ia punkto de reala spaco. Alivorte, estas sfereca kavo en nia xyz -spaco, ĉirkaŭ la origino, kun radiuso m . Interne de tiu kavo ja troviĝas punktoj en nia bildo, sed ili ne respondas al realaj punktoj de vera spaco. La bildo de la realaj punktoj de vera spaco do estas ebeneca spaco kun truo en ĝi!

Kvardimensie tia truo aspektas kiel tubo ĉirkaŭ la universlinio de la korpusklo kiu estas la centra fonto de nia gravita kampo. Pluraj tiaj korpuskloj kaŭzus plurajn tiajn tubformajn truojn nia ebeneca modelo de spaco. Ĝi iom similas al svisa fromaĝo kun tubformaj truoj.

Jen kial mi nomas ĉi tiun ebenecan bildon la „svisfromaĝa modelo de spaco”.

La centra korpusklo neŭtra do ne estas vera „punktmaso”. Tridimensie ĝi ne aspektas kiel punkto, sed kiel veziko. Ĝi do estas „masveziko”, ne „maspunkto”. Kvankam ĝia cirkonferenco fizike mezurita estas $2\pi\rho = 4\pi m$, kaj en la modelo ĝia cirkonferenco ŝajne estas $2\pi r = 2\pi m$, kaj ĝia radiuso ŝajna en la modelo estas $r = m$, tamen ĝi ne havas mezureblan fizikan radiuson R , ĉar ne ekzistas fizika spaco respondanta al ĝia interno. Do ni povas nomi ĝian fizikan radiuson $R = 0$. El tiu vidpunkto, en reala spaco la korpusklo estas sfero kun nula radiuso sed kun ne-nula cirkonferenco. La variablo R por punktoj ekstere de la veziko estas pozitiva komplika funkcio de r aŭ ρ .

Ĉi tiuj rezultoj estas interesaj, ĉar en la moderna kvantumteorio de materio kaj de kampoj la fakto de la punkteco de korpuskloj ĉiam kondukas al diverĝado de integraloj okazantaj en tiaj teorioj. Nun eble la punkteco de korpuskloj povas esti evitata en natura maniero. Tamen mi devas averti la leganton ke verŝajne la solvo de niaj problemoj en moderna fiziko ne estos tute tiel simpla kiel tio. Mi jam menciis ke mi supozis ke la korpusklo estas neŭtra. Sed pli precize mi devus postuli ke ĝi estu tute sen ia interagado kun iuj aliaj kampoj. Do mia teorio eĉ ne estas aplikebla al neŭtrono, kiu ja montras fortan interagadon kun mezonkampoj. Kaj ĉiaj ajn kampoj, elektromagnetaj, mezonaj, aŭ aliaj, kiuj ekzistas en tuja apudeco de korpusklo, verŝajne forigos la truon en la svisa fromaĝo, igante $R =$ reala eĉ por $r \rightarrow 0$.

Plua esplorado pri la formo de spaco ĉirkaŭ elementaj korpuskloj kun iliaj interagadoj kun diversaj kampoj tamen nun meritas novan atenton de l' sciencularo.

1) N. Rosen, Phys. Rev. 57, 147 (1940).

2) A. Papapetrou, Proc. Roy. Irish Acad. 52 A, 11 (1948).

3) S. N. Gupta, Proc. Phys. Soc. (London) A 65, 608 (1952).

4) C. Møller, *The Theory of Relativity*, (Clarendon Press, Oxford, 1952).

5) T. D. Donder, *La Gravifique Einsteinienne*, (Gauthier-Villars, Paris, 1921).

33 : 413.164 = 089.2

DISKUTO PRI KELKAJ TERMINOJ EL LA EKONOMIO

Ekzistas en Esperanto i.a. jenaj vortoj: *gajno*, *profito*, *enspezo*, *rikolto*, *produkto*, *rento*, *rentumo*, *interezo*, sed kion ili signifas aŭ signifas precize?

Gajno kaj *profito* ŝajnas samsignifaj; povas temi pri *neta* kaj *malneta* gajno aŭ profito. *Enspezo* signifas ricevon de mono. Sed kiel ni esprimu tion, kio nomiĝas „*income*” en la angla „*Einkommen*” en la

germana lingvo? Mi jam uzis por tiu nocio la esprimon „*enspezaĵo*”.

Produkto estas uzata kun pluraj signifoj: *produktado* kaj *produktitaĵo*. Ŝajnas al mi ke oni evitu uzi la vorton „*produkto*” por esprimi la noción *produktaĵo* (t.e. iu aĵo produktita), ĉar la vorto *produkto* ja estas rekta substantivigo de verbo.

Interezo (A. „*interest*”, G. „*Zins*”, F. „*intérêt*”) ŝajnas ankaŭ sufiĉe klare difinita (vidu P.V.). Tamen oni atentu ke la germanan vorton *Zins* oni uzas en senco pli vasta. Mi proponas ke „*interezo*” signifas nur „*perioda pago pro prunto*” (ordinare, sed ne necese, de mono); ĝi iel similas al „*lupago*”, „*lutarifo*”.

Tre neklare estas kion signifas „*rento*” kaj „*rentumo*”. En la Jarlibro de UEA, 1956, Dua Parto, la vorto „*rentumo(j)*” troviĝas sur paĝoj 21, 22, 23 kaj 24, evidente kun la senco „*interezo*”, kiu vorto troviĝas sur paĝo 28. Nu, ni ne bezonas du vortojn por la sama nocio. Kaj kio estas *rento*? La ĉi tiu difino en PV ne multe helpas. La Universala Vortaro tradukas per „*rente*”, „*revenu*” (en F). Evidente temas pri „*enspezaĵo el propraĵo aŭ posedaĵo*”. Sed tio ne sufiĉe klarigas la aferon. En PV la vorto „*rentumo*” ne troviĝas kiel derivaĵo de „*rento*”. Tamen sub „*interezo*” PV referencas al „*rent(um)o*”, „*profito*”, „(en-)spez(ar)o”, „*kvoto*”, „*valoro*”, „*kupono*”.

Krome kiel oni traduku en Esperanton la francan „*rendre*” (= *re-doni*) kaj ĝiajn derivaĵojn „*rendement*” kaj „*rendable*”? Ni rimarku ke ankaŭ „*rente*” devenas de ĉi tiu verbo. En la naciaj lingvoj la vorto „*rent(e)*” havas diversajn sencojn. Unu senco ŝajnas komuna al pluraj lingvoj, nome tiu de „*enspezaĵo akirebla pro terpropraĵo*”; ĉe tio oni ne korektas pro eventualaj ŝanĝiĝoj de la valoro de la propraĵo. Se nun ni konsideras produktitajn produktilojn (produktivan kapitalon), ni trovas, ke ankaŭ tio liveras enspezaĵon. Sed eĉ se ni subtrahas la kurantajn elspezojn, ni trovas ke pli aŭ malpli rapide tiuj kapitalaĵoj (A. *asset*) perdas valoron, ĝis fine ilia valoro nuligigas. Por scii ĉu ni gajnis aŭ perdis, ni do devas korekti la malnetan enspezaĵon (jam korektitan pro kurantaj elspezoj kaj kompareblan kun la *terorento*) ankoraŭ pro la valorŝanĝiĝo de la kapitalaĵo. La sumo kiun ni tiel trovas estas komparebla (sed ne identa) kun *interezo*. Mi proponas nomi ĝin *rentumo* (el kiu vorto ni povas derivi la verbon „*rentumi*” por *liveri rentumon*). „*Rento*” estu la enspezaĵo el investaĵo, nekorektita pro valorŝanĝiĝoj de tiu investaĵo, negrave ĉu la investaĵo estas natura riĉaĵo aŭ (produktita) kapitalaĵo. *Rento* estus tradukebla anglan, laŭ la kazo, per „*rent*” aŭ „*yield*”, aŭ „*revenue*”. Ankaŭ la verbo „*renti*” estus uzbla. „*Rentumo*” do dependas (ankaŭ) de valorŝanĝiĝoj de la investaĵoj. Tiuj valorŝanĝiĝoj dependas de ekspektoj. Taksante *rentumojn*, ni ekskludu ŝanĝiĝojn de ekspektoj. *Terorento* estus ĝenerale apenaŭ diferenca de *terorentumo*. En la angla lingvo mi do povas uzi la vorton „*rent*” por ambaŭ; sed mi volus pliampleksigi la