

RESTARIGO DE LA STATISTIKA KONCEPTO PRI MEZA HOMO¹⁾

519.241

de MAURICE FRÉCHET

Emerita profesoro en la Pariza Fakultato de Sciencoj.

Resumo.

Nia celo estas:

- 1) Rememori la faman statistikan difinon de meza homo, starigitan de la klera belga statistikisto Quetelet.
- 2) Indiki la kontraŭargumentojn faritajn al tiu difino.
- 3) Konsiderigi plurajn modernajn difinojn, kiuj evitas la kontraŭdirojn.
- 4) Montri kiamaniere tiuj novaj difinoj rilatas iun multe pli ĝeneralan koncepton de kie ili estiĝis.

En la antaŭparolo (§ IV) de sia verko *Calcul de Probabilités*²⁾ plena je penetraj vidmanieroj tiel humurece redaktitaj, Joseph Bertrand kritikas tiun koncepton pri meza homo kia ĝi estis proponita de Quetelet. La saman kritikon ripetadis ofte multaj aliaj aŭtoroj kaj la ideo de Quetelet ŝajnas hodiaŭ forlasita: eble ne kiel objekto por ŝercado.

Al pluraj el la argumentoj kontraŭ Quetelet oni tamen povas respondi, ĉu per rekta diskutado de ilia efektiva valoro, ĉu malrekte pere de *konvenaj ŝanĝoj* enkondukindaj en la teorion de Quetelet.

Tion ni klopodos fari. Kaj, escepte en la piedonotoj ellaseblaj dum legado, ni evitos formulojn, ni utiligos nur plej simplajn rezonadojn, ni eĉ ne supozos en la leganto iun ajn konon de matematika statistiko.

Rememoro de la difino kaj de la kontraŭargumentoj.

Ni ekspliku do kio estas meza homo laŭ Quetelet kaj precizigu la kontraŭdirojn, kiujn tia difino estigis.

Antaŭ ĉio ni citu Bertrand:

„Quetelet volis difini kaj precizigi la vorton *homo*, sendepende de la individuaj homoj rigardataj kiel specimenoj. Sen diskuto kaj sen subtilaĵoj, nia pacienca aŭtoro atribuas per difino mem, al sia tipo la mezvaloron de ĉiu elemento varianta de unu al alia homo. En la korpon de la meza homo tiu belga aŭtoro lokigas mezan animon”.

La difino de Quetelet supozas du operaciojn:

1) Oni atentigas iun karakterizilon aŭ econ (alton, pezon kc. ... inteligenton, kc. ... honestecon, kc. ...) de la individuoj konsistigantaj certan amason da homoj kaj oni kalkulas la mezvaloron de tiu karakteriza trajto.

2) Ĉiujn tiujn mezvalorojn oni kolektas kaj la meza homo estas difinita

¹⁾ Tiu ĉi parolado (farita 15/10/1949) estis publikigita en la franca lingvo en „Collection des Conférences du Palais de la Découverte” Parizo. Ĝi estis poste lerte tradukita en esperanton de R. Pastro Machado.

²⁾ Eld. Gauthier Villars, Parizo 1889.

kiel ulo havanta la mezan altecon, mezan pezon kc., mezan inteligenton, kc., mezan honestecon kc.

Nur la 2-an operacion kontraŭas la argumentoj de Bertrand. Kalkulado de mezvaloroj por alteco, por la pezo, ĝenerale por ĉiuj mezureblaj karakteriziloj, krom praktikaj malfacilaĵoj, ne renkontas iun ajn principan aŭ teoriar baron; tamen oni evidente ne povas paroli same pri karakterizaj ecoj kiel inteligento, honesteco, kiuj ne estas „mezureblaj”.

Sed estas rimarkinde ke la regiono de la karakteriziloj numereblaj etendiĝas multe pli vaste ol ŝajnas je la unua rigardo.

Disdividante inteligenton en ĝiajn diversajn erojn aŭ flankojn: artajn kapablojn, beletristikajn dotojn, kc. ... oni sukcesas laŭ la universala praktiko de ekzamenoj kaj testoj, se ne mezuri almenaŭ *numere ordigi* tiujn kapablojn pere de klasifikaj notoj.

Ni diris nur „*numere ordigi*”, ĉar atribuante la notojn 6 kaj 12 al 2 lernantoj la ekzameninto ne intencas tiel esprimi ke la dua estas duoble pli bona ol la unua, sed nur

a) ke li estas ja pli bona,

b) ke ekzistas interaj gradoj.

Ĉiufoje kiam oni povas vicigi en lima sekvo (serio) laŭ elektita karakterizilo la individuojn de iu amaso tiel ke la karakterizilo estas *des pli* rimarkinda (almenaŭ *ne malpli* rimarkinda) *ju pli* oni antaŭen iras en la serio, tiam la diversajn valorojn de tiu karakterizilo oni povas plurmaniere numeri, ekzemple laŭ la rango okupita de la individuoj.

Ni nur atentu ke *ne ĉiam* eblas tiu ordigo.

Ankaŭ estas fakto ke serĉante la difinon de tipa homo en iu amaso, oni ofte celas starigi la entutan komparon inter du homaj grupoj rilate kelkajn karakterizajn trajtojn.

Skulptiston interesas precipe la eksteraj korpaj dimensioj kaj li preferas specialan grupon da homoj el kiuj li elektas siajn modelojn.

Ekonomiisto interesiĝas pri ekonomiaj povoj de individuoj kaj pri la distribuado de iliaj posedaĵoj.

Militisto atentigas forton, fizikan rezistpovon, kuraĝon kc. ĉe la individuo de iu amaso. Finite pri la unua operacio. Sed tiam Joseph Bertrand kritikas la duan, asertante ke ĝi kondukas al necerteco, al neeblo, minimume al la konstruo de monstra estaĵo. Jen ekzakta citaĵo el liaj kritikoj. „Tiujn detalojn kiel oni kunigos? Ekzemple, la alteco de la kapo de la meza homo estos kalkulata laŭ du metodoj: oni prenos la mezvaloron de tiuj altecoj, aŭ: por ĉiu individuo oni kalkulos unue la kvocion inter la altecoj de la kapo kaj de la korpo kaj poste la mezvaloron de tiuj kvociontoj. Diferencos la rezultoj: kiel oni kombinu ilin?”

Jen tie staras grava malfacilaĵo kaj atentinda logika rifo. Per ekzemplo ni evidentigu la senelirejon. Ni imagu la serĉadon de la meza sfero inter 2

sferoj. Unu havas radion egalan al 1: kaj ni elektas la unuojn tiel ke ankaŭ ĝia areo kaj volumeno estos unuecaj. Ni supozu ke la dua sfero havas radion 3, kaj do areon 9, volumenon 27. Devigaj estas tiuj mezuroj. Nu, la mezvaloroj 2, 5 kaj 14 estas nekunigeblaj. Ĉar sfero kun radio 2 havas la areon 4, la volumenon 8, laŭ tuta rigoro: nenia toleremo eblas, neniu sfero povas esti monstra. Malfeliĉe, la homo povas monstriĝi kaj tiu ebleco utilis al Quetelet: kunigante la mezan pezon de 20,000 rekrutoj al ilia meza alteco, oni faros la tipan homon ridinde dikega ..."

Oni komprenas la argumenton: sfero kun meza radio 2, havas volumenon 8, multe malpli grandan ol la meza volumeno 14, kiun oni emus atribui al ĝi; de tiu ekzemplo Bertrand sekvigas ke, pro la pli-malplia proporcio inter la pezo kaj la volumeno, se al mezalta homo oni atribuas la mezvaloron de la pezoj, li estus multe pli peza ol la ordinara homo kun sama alteco. Laŭ lia penso, se multaj homoj ekzistas kun la meza alteco, kaj multaj homoj kun pezo egala al la meza pezo, tiuj du amasoj da homoj ne koincidas kaj eĉ oni devas diri ke malmultaj individuoj apartenos al la 2 grupoj samtempe. Se oni elektas alian karakterizilon kiel horizontala perimetro de la brusto, ankoraŭ pli malmultaj homoj ekzistas kiuj, apartenante al la 2 unuaj grupoj, apartenos ankaŭ al la grupo formita el tiuj, kies brustoj havas la mezvaloron de la brustaj perimetroj. Difinante la mezan homon pere de multaj ecoj kaj karakteriziloj rigore mezaj, oni alvenus tiel al nekunigeblajoj kaj fine al senduba malebleco. Eĉ se oni ne renkontus tiun kompletan maleblecon, tamen la estajo tiel difinita estus malnormala kaj escepta; ĉar, similante je pluraj ecoj al tre vasta grupo da homoj, ĝi distingiĝus tamen pro la posedo de multaj aliaj karakteriziloj kiuj nur maloftege troviĝas kun la samaj valoroj ĉe la homoj de la aludita grupo.

Rimarkinda kaj rimarkiga estas la ekzemplo de Bertrand. Ni diskutu ĝin.

Mi memoras ke mi legis jenan unuan respondon (de Emile Borel, mi kredas): se Bertrand elektus 2 sferojn je radioj pli proksimaj, la misproporcio fariĝus malpli okulfrapa. Ni klarigu ĉi tiun respondon. Se la dua sfero de la ekzemplo havus la radion 1,2 (kaj do la areon 1,44, la volumenon 1,728) la mezvaloroj de la radio, de la areo kaj de la volumeno inter la 2 sferoj estus 1,1, 1,22, 1,364, dum la sfero de mezradio 1,1 havus areon 1,21 anstataŭ 1,22 kaj volumenon 1,331 anstataŭ 1,364. Jen tre malgrandaj diferencoj.

Nu, la homoj sufiĉe varias laŭ alteco, ni konsentu (proporcie tamen ne pli ol la radioj de la 2 sferoj de Bertrand!); sed ĉiu scias ke la plimulto havas altecon malmulte diferencon de la mezvaloro. Ekzemple, en la jaro 1922, 83 el 100 el la rekrutoj estis altaj inter 1,570 m kaj 1,815 m, du nombroj kies rilato pli proksimas al la rilato de la radioj 1 kaj 1,2 proponitaj en

Eĉ se, je la plej malfavora hipotezo, duono de la rekrutoj havus 1,570 m kaj alia duono 1,815 m, oni trovas ke la meza pezo superas nur je malmultaj kilogramoj la pezon de la mezalteca rekruto. Sed ankaŭ tiu malgranda diferenco pli malpli malaperas pro la fakto ke efektive la plimulto de la rekrutoj havas altecon kies mezuro estas inter 1,570 m kaj 1,815 m. Aplikante la empirian regulon tre konatan, laŭ kiu la mezuro de la pezo esprimita je kilogramoj kaj pliigita je 100 egalas la mezuron de la alteco esprimita je centimetroj, oni ankaŭ konstatas ke la meza pezo de rekruto egalas ekzakte la pezon laŭ la regulo de rekruto kiu havas mezan altecon.

Tiel la argumento de Bertrand, kvankam teorie ne kontraŭstarebla, en la kampo de praktika aplikado perdas multon el sia valoro³⁾.

Ĉio kion ni diris ne eliminis la fakton ke por certaj homaj karakteriziloj ekstremaj valoroj povas rilati tre malproksime de 1: tie la argumento de Bertrand reprenas sian valoron. Ekzemple, kvankam la meznombro de dentoj malpliĝas laŭ la aĝo de la plenkreskuloj, je maljuna aĝo ĝi povas vari de 0 ĝis 32.

Restas ankoraŭ savilo kontraŭ la plenforto de la sama kritiko de Bertrand: oni ĝeneraligas la ideon de Quetelet. La aritmetika mezvaloro de statistika kolekto havigas ideon pri la grandeca ordo de la nombroj de tiu kolekto: tiu aritmetika mezkvanto estas *iu* reprezenta valoro, *iu tipa valoro* de tiu kolekto; sed *ĝi ne estas la sola*. Laŭ ordinara maniero, kvankam malpli ofte, la matematika statistiko utiligas *aliajn* tipajn valorojn.

Laŭ la cirkonstancoj tiu aŭ alia tipa valoro reprezentos pli taŭge la kolekton, ĉar ne ekzistas *unu* tipa valoro; ekzistas pluraj (oni eĉ povas difini senliman kvanton da ili per la mezvaloroj de ajna pozitiva ordo, kies nomojn ni nur citu ĉi tie) kaj apartenas al la statistikisto la elekto de la plej taŭga ĉiufoje.

Rememorigo al la ideo de tipa valoro.

Antaŭ ol ekzameni la plej bonan metodon por difini la mezan homon de elektita hom-amaso, konvenas ke ni respondu al enira demando: kial tiaj dis-

³⁾ La saman rimarkon oni etendu al multe pli ĝeneralaj subjektoj. Same okazas ĉiufoje kiam temas pri du kvantoj p , X , kiuj estas funkcioj simplaj unu de la alia, kondiĉe ke oni konsideru du statistikajn kolektojn de p -valoroj kaj X -valoraj respondaj, kaj ke tiuj du aĵoj variu malmulte. Efektive, se oni supozas

$$p = f(X)$$

kaj ke f estas diferenciebla por la mezvaloro a de X , tiam

$$p = f(a)$$

por malgrandaj $X - a$, egalos proksimume $f'(a)(X - a)$. Se do, ĉirkaŭe de a , oni povas koincidigi la rilaton inter p kaj X kun unuagrada funkcio

$$p = f(a) + f'(a) \cdot (X - a).$$

la mezvaloro de p egalas la valoron $f(a)$, kiun havas p se X havas sian mezvaloron a .

kutoj? Ellabori difinon de meza homo, ĉu tio ne estas senutila kaj senfrukta ludado?

Same oni demandu pri problemo multe pli simpla, kiam temas pri la mezvaloro de iu amaso da nombroj, ekzemple pri la meza nombro de infanoj en ĉiu franca familio, pri la meza kvanto de viando manĝata en Francujo, kc. ...

Jen do la kialo de tiuj kalkuloj. Kiam demografo, ekonomiisto, kc. ... volas kompari laŭtempan aŭ laŭspacajn variadon de la nombro de infanoj en diversaj familioj, de individuaj kvantoj de manĝita viando, kc. ..., tiam ili bezonas kompari longajn listojn da nombroj. Tial ke la homa spirito malkapablas kompreni kaj kunpreni entute kaj samtempe grandan serion da nombroj, oni decidis, kiel unuagrada alproksimiĝo, anstataŭigi ĉiun liston per unu sola nombro kiu havigas ideon pri la kvantordo de la nombroj de la koncerna listo. Tiu reprezenta nombro estas nomata *tipa valoro*.

Kalkulinte je la sama epoko la tipan valoron de la nombro de infanoj de itala familio en Francujo kaj en Italujo, se oni konstatas ke tiu tipa valoro pli altas en Italujo ol en Francujo, tiam oni priskribas *proksimume* la fenomenon dirante ke familioj estas pli multinfanaj en Italujo ol en Francujo.

Sammaniere en alia ekzemplo, se oni konstatus ke la tipa valoro de la kvanto de viando manĝata de ĉiu individuo en Francujo, ĉiujare de 1880 ĝis 1910 kreskas ĉiam, oni dirus ke proksimume Francoj pli kaj pli manĝas viandon, kc. ...

Uzante iun tipan valoron oni ofte jetas nur unuan rigardon en la komparon de 2 listoj. Statistikistoj eltrovis metodojn pli kaj pli ekzaktajn — sed ankaŭ pli kaj pli komplikajn — por alveni al plej rigoraj komparametoj. Tiel komenciĝis la uzo de la dispersiaj, distribuaj indicoj.

Tamen, ne forgesante ke la uzo de la tipa valoro estas nur unua paŝo, oni povas aserti la senduban utilon, la nepran neceson de tiu ideo de tipa valoro. Jen principe kion ni celas kaj indikas per tipa valoro. Sed kiel precize ni atingas tiun celon? Tion ni klarigu. Ĉe tio nepre konvenas substreki ke ne ekzistas unika vojo al tia efektivigo, ke la diversaspekcaj tipaj valoroj ĝis nun proponitaj unufanke estas elektoliberaj, aliflanke devas kontentigi kelkajn kondiĉojn por adaptiĝi al nia intenco kaj al ĝiaj postuloj pri nombro kiu reprezentas la ordon de grandeco de la elementoj en iu kolekto.

Ni konstruu ekzemplojn pere de simplaj nombroj. Temas pri malgranda aro de 5 familioj kun 0, 2, 2, 2, 4 infanoj respektive. Kiel ni atribuos *tipan valoron* al patrino de tiu kolekto por reprezenti la nombron de ŝiaj infanoj.

a) Por kolekto da nombroj la plej uzata tipvaloro estas la *mezvaloro*, la ordinara aritmetika meznombro de la kolekto.

$$\text{Ĉi tie ĝi estos } \frac{0 + 2 + 2 + 2 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2.$$

b) Alia valoro uzebla estas la *mediano*: tiu nombro kiu troviĝas en la mezo de la sekvo de la nombroj vicigitaj laŭ ilia grandeco. En nia ekzemplo

la 3-a loko okupas la ekzaktan mezon el 5 do ankaŭ la *mediana valoro* estas 2.

c) Alia estas la plej ofta valoro, kiun ni nomas *ĉefa valoro*: 2 aperas trifoje, 4 kaj 0 unufoje, ankaŭ la ĉefa valoro en nia ekzemplo estas 2.

d) Pli malofte uzata, sed kelkfoje faciliga estas la *centra valoro*, tio estas la aritmetika mezvaloro de nur du nombroj, la plej granda kaj la plej mal-

$$\text{granda; ĉi tie } \frac{0 + 4}{2} = 2.$$

Jen kiel koincidas en nia ekzemplo la 4 valoroj aluditaj. Tamen ordinare ili diferencas; ofte nur diferencetas, kelkfoje eĉ diferencegas.

Kaj oni ne pensu ke ni elĉerpis ĉiujn tipajn valorojn difinitajn aŭ difineblajn. Sed pri aliaj ni ne okupiĝos.

Ni substreku ĉefe kaj konservu jenan ideon, *kiun la lernolibroj de statistiko ne sufiĉe valorigas*: ĉiu el tiuj difinoj konsistigas nur *teknikan rimedon* je elekto parte konvencia, por atingi ĉiam similan celon; tio estas determini nombron reprezentan de iu kolekto da nombroj.

Tipaj elementoj.

Sed kolekton de statistikaj elementoj povas konsistigi ankaŭ alispekcaj eroj kiuj ne estas po unu nombro; ofte nin interesas determini reprezentan elementon por tia kolekto. Ekzemple, oni determinis geografian centron de la loĝantaro en Usono: ĉiu Nordamerikano je donita tempopunkto okupas determinitan lokon. Tiu geografia centro devas esti tipa aŭ reprezenta pozicio por la kolekto de la pozicioj de la Usonanoj. Ĉiu el tiuj pozicioj estas loko determinata ne de unu nombro, sed de du nombroj: latitudo kaj longitudo.

Aliaj statistikaj elementoj povas esti multe pli kompleksaj. Ekzemple, kiam oni prenas hazarde individuon el iu aro da homoj, la konturo de lia kapo (lia krania sekcaĵo) estas statistika elemento kiun determinas ne unu nombro, nek du, nek tri, sed senlima nombraro. Se stariĝas demando pri la difino de reprezenta formo, de tipa kapkonturo por iu raso, ne ekzistas unika respondo, kiel pensis kelkaj antropologoj. Ĝi povas varii, kiel ni montris jam, eĉ en kazo multe pli simpla, kiam temas pri unu sola karakterizilo nome la korpa alteco, determinebla per unu sola statistika nombro.

Guste por doni ĝeneralan respondon al tiaspekcaj demandoj ni eldonis kelkajn monografiojn pri hazardaj elementoj de ajna speco.

Foje en parolado aŭdante aludon pri la malsukceso de Quetelet, ni ekhavis la ideon apliki niajn ĝeneralajn metodojn direkte al iu nova speciala difino de meza homo (aŭ pli ĝenerale, de tipa homo) en iu difinita amaso. Sed antaŭ ol proponi ĝin, ni indiku rimedon por plibonigi la difinon de Quetelet.

Unua modifo de la Quetelet-a difino.

Antaŭ ĉio, oni ĝeneraligu la ideon de Quetelet difinante la „tipan homon“

de iu amaso jene: la homo kies ĉiu karakterizilo havas valoron egalan al la tipa valoro de la nombraro mezuranta tiun saman karakterizilon en ĉiuj individuoj de la koncerna amaso⁴).

Se tiamaniere ni difinos „medianan homon“ prenante por ĉiuj karakteriziloj, la medianajn valorojn, nin trafos multe malpli la argumentoj de Bertrand.

Efektive, kiam temas pri karakteriziloj kiuj (rigore aŭ proksimume) ne dependas unu de alia — versaĵna ekzemplo: korpa alteco, naza kurbeco kaj memorpovo —, tiam la tipaj valoroj de tiuj karakteriziloj kiujn ni atribuos al la tipa homo ne estos malkunigeblaj nek ilia kuniĝo malnormala, ĉar ili estos sendependaj inter si.

Kiam temas pri la pli malbona kazo, ke tiuj karakteriziloj (ekzemple pezo kaj alteco) estas interdependaj, tiam malnormalaĵo povas prezentiĝi. Sed ĝi estas pli malofta kaj malpli rimarkebla por la mediana ol por la meza homo. Ni tion vidigu en la ekzemplo de sferoj, evitante akcesorajn diskutojn per aldono de tria sfero kun radio 2 (areo 4, volumeno 8). La meza radio de la 3 sferoj estas ankoraŭ 2.

$$\text{Meza areo: } \frac{1 + 4 + 9}{3} = 4,66\dots$$

$$\text{Meza volumeno: } \frac{1 + 8 + 27}{3} = 12.$$

Kompreneble, daŭras la malkunigebleco inter tiuj mezvaloroj, ĉar al la sfero kun meza radio 2 konvenus areo 4, anstataŭ 4,66 kaj volumeno 8 anstataŭ 12.

Male kun la mediana radio, kiu estas 2, akordas tre trafe la mediana surfaco 4 kaj mediana volumeno 8, kaj malaperas la malnormalaĵo⁵).

Laŭ tio oni eble pensos ke mediana homo estos pli malofte malnormala ol meza homo.

Nova difino de la tipa homo.

Sed ni povos agi multe pli efike kaj eviti plene la eblon de malnormalaĵoj proponante novan difinon de la tipa homo, tiel ke tiu difino laŭiĝu pli proksime al nia intenco.

Jen la ĉefprincipoj de tiu nova difino:

1e) la tipa homo de iu amaso estu ĉiam unu ulo el tiu sama amaso (tio eliminas ĉiun malkoincidon inter la ecoj de la tipa homo);

4) alian difinon de tipa homo, diferencon kaj pli bonan ol ĉi tiu, ni indikos poste.

5) Pli ĝenerale, se p estas funkcio de X , $p = C(X)$, kaj se ni supozas nun ke $C(X)$ estas kontinua kaj kreskanta kun X , tiam la mediana valoro de p egalos ekzakte la valoron $C(a)$, kiun havas p por X egala al sia mediana valoro a .

(Kompreneble, tia rezulto ne plu staras, se p estas nur proksimume egala al $C(X)$ aŭ kiam $C(X)$ kreskas kaj malkreskas alterne).

2e) Tipa homo devas tipi per la kolekto de siaj ecoj sen la nepro esti tipa rilate ĉiun apartan karakterizilon.

Povas do okazi ke la tipa homo posedas nazon tre grandan, ke li estas senhara aŭ malvirta, ke li estas klera aŭ rimarkinde lerta, kc. ... (sed li ne distingiĝos samtempe per granda kvanto da ekstremaj ecoj). Alivorte lin ne trafos la priskribo kiun aplikis Bertrand al la meza homo de Quelelet:

„Tipa homo nek havos pasiojn nek malvirtojn; li ne estos freneza; li ne estas klera nek malklera; ofte ekdormanta, li meze staras inter dormo kaj maldormo; li ne jesas nek neas; ĉiurilate nemultvalora. Manĝinte dum 38 jaroj la mezan nutraĵon de sana soldato, li mortos, ne pro maljuneco, sed je iu meza malsano kiun la statistiko eltrovos por li“.

Sed kiel ni efektivigu la 2 fundamentajn kondiĉojn supre anoncitajn?

Pli ekzaktan respondon poste ni donos. Ĉi-momente, prokrastante la enkondukon de kalkuloj, ni klarigos nian novan difinon per terminoj malpli precizaj, sed intuiciaj. Ni komencu per provizora supozo poste anstataŭota de alia kiu estos pli facile konstatebla kaj logike sekvigos la unuan.

Ni supozu ke tre klarvida persono, samtempe kuracisto kaj psikologo, povas atribui numeran noton, kiu esprimas la malsimilecon rimarkitan inter iu ulo A apartenanta al iu grupo kaj la tuta amaso, ularo P konsistiganta la grupon. Tiu malsimileco estos juĝata ekzemple laŭ tuteca komparo de la karakterizilaro mensa kaj fizika de A kun la aro de analogaj karakterizilaroj distingantaj ĉiun individuon de la grupo P .

Se ni klasifikos, por doni ekzemplon, la loĝantaron de iu urbo, la noto de malsimileco estos pli granda por maljunulo ol por mezaĝulo.

Se tia valorigado eblas, ĉu vi ne konsentas ke la tipa homo en iu kolekto estas tiu individuo de la kolekto kiu ricevas la plej malgrandan noton, tiu kiu malpleje malsamas je la cetera individuaro, tiu kiu ĝin pleje similas?

Sed kiel atribui tiun noton (kiun ni nomos *ekarto* de la individuo A) rilate la individuaron?

La malfacilecon de la tasko ni malgrandigos, akceptante ke nia aludita saĝa klasifikisto kapablas realigi pli simplan taskon⁶): numere noti la tutecan diferenccon inter 2 individuoj A kaj B en la kolekto konsiderata; komprenante ke tiu diferenco aŭ grado de malsimileco rilatas la karakterizilaron de A kaj la karakterizilaron de B kaj ke tiuj aroj konsistos nur el la karakteriziloj elektitaj por difinita celo.

Ekzemple, tiu grado de malsimileco estos tre malgranda por du identaj ĝemeloj, kaj tre granda por infano kaj viro.

Sub tiu hipotezo supozu nun ke nia klasifikisto numeris la respektivajn gradojn de malsimileco inter la individuo A kaj ĉiuj individuoj A, B, C, \dots de la aro (evidente nul estas la malsimileco inter A kaj A). Tiam oni povos

6) Ni vidos poste, paĝo 131 metodon por tiu laboro.

tre verŝajne kaj konvene elekti kiel *numeron* (A, P) por la grado de malsimileco inter A kaj ĉiuj individuoj entute de la aro P, iun „tipan valoron“ en la aro da nombroj:

$$(A, A) = 0, \quad (A, B), \quad (A, C), \dots$$

representantaj la malsimilecajn gradojn inter A kaj A, A kaj B, A kaj ĉiuj individuoj de la aro P.

Kredeble lerta kaj sperta observisto post kelkaj klopodoj starigus akceptindan klasifikon de la malsimilecaj gradoj (A, B), (A, C), ... kaj la rezultanta determino de tipa homo ne tro malproksimiĝus de alia determino efektiviginda per metodo malpli subjektiva kaj pli mekanikeca kiun ni ekproponos.

Ekzemplo. Laŭ jam farita konvencio, nia difino de tipa homo estos ĉiujfoje aplikata al certa kategorio de numereblaj karakteriziloj (ĉu korpaj, ĉu mensaj), sed ne al ĉiuj eblaj karakteriziloj. Tion rimarkinte ni rajtos simpligi nian klarigon per ekzemplo speciale elektita kun tre malmultaj karakteriziloj. Ili estos nur: *statur* (je centimetroj), *pezo* (je kg), *korpa malrapido* (mezurinda laŭ la temposekundoj bezonataj por trakurado de certa spaco), *mensa malrapido* (laŭ tempo bezonata por respondo al certa demando), fine *lerteco* (numerita laŭ la jetaĵoj kiujn ĉiu individuo posedanta 12 jetaĵojn, sukcesas faligi en certan kvadraton ⁷⁾.

Se do la respektivaj diferencoj je *statur*, *pezo*, *korpa rapido*, *mensa rapido* kaj *lerteco* de A kaj B havas malgrandajn absolutajn valorojn (senkonsidere de la signoj), oni diras ke A kaj B diferencas malmulte *ankaŭ* rilate al la *tuto* de la 5 karakteriziloj; male ili diferencos multe, se estas grandaj la 5 diferencoj. Pri tio, nenia dubo. Kaj tiel tre konvene ni taksos la *entutan* malsimilecon de A kaj B rilate al la 5 karakteriziloj atribuant al tiu malsimileco iun „tipan valoron“ de la aro de tiuj 5 diferencoj (ĉiam en iliaj absolutaj valoroj).

Ni imagu realan amason kaj detalu la koncernajn kalkulojn kiuj estas tre elementaj. Rimarku tamen ke senco kaj intereso de la ideo de tipa homo aperas nur kiam temas pri *sufiĉe granda* amaso, centoj, ekzemple (grandegajn amasojn oni anstataŭigas per pli malgranda amaso prenita el la grandega kiel *represanta specimeno* laŭ la metodo de *sondadoj* kaj tiel oni faciligas la kalkulojn).

Nur tial ke ni serĉas *klarigan* ekzemplon, ni rajtos ĝin simplegi kaj preni realan amason de 3 individuoj A, B, C. La koncernaj numeroj kiujn vi trovos en la tabelo I estas *realaj* kaj ni ilin ĉerpis el personoj de nia kunvivado.

⁷⁾ Nenia speciala signifo kaŝiĝas sub ĉi tiuj malhomogenaj karakteriziloj. Nian elekton gvidis nur la facileco de la determinado.

Tabelo I.

	Pezo	Statur	Korpa malrapido	Mensa malrapido	Lerteco
Individuo A	60	168	12	28	3
Individuo B	58	176	12	32	4
Individuo C	70	172	19	30	1

Tabelo II.

Paroj	Absolutaj valoroj de diferencoj					Medianoj
A,B	2	8	0	4	1	2
B,C	12	4	7	2	3	4
C,A	10	4	7	2	2	4

En la kvin mezaj kolonoj de la II-a tabelo vi havas la absolutajn valorojn de la diferencoj por ĉiu karakteriza numero konsiderita en ĉiu paro da individuoj.

Se ni intencas nun ĉerpi el la serio de diferencoj en linio (A,B) iun taksilon de la malsimileca grado inter A kaj B, rilate la 5 karakterizilojn studatajn, ni bezonas formi tipan valoron kiu reprezentos la aron de tiuj 5 diferencoj. Same pri la du aliaj paroj. Tamen estas ankoraŭ rimarkinde ke ni poste volos kompari la valorojn tipajn, do ke ili prefere estu samnaturaj (mezvaloroj, medianoj, ...).

Ni prenu la *medianon*, kiu laŭdifine estos la mezlokita numero en la serio de diferencoj ordigitaj laŭ ilia granda. Nu, por (A,B) tiuj diferencoj kvantas:

$$0, 1, 2, 4, 8,$$

kaj 2 estas ilia mediano.

Ankaŭ la du aliajn medianojn ni kalkulu kaj enskribu en la sepa kolono de la tabelo II.

Sed restas ankoraŭ preparaj kalkuloj. Ni bezonas tipan valoron kiu reprezentu la aron de la gradoj de malsimileco inter la tuta individuaro P kaj unu individuo, A ekzemple. Sed kian tipvaloron ni elektu? La aritmetikan mezvaloron, por varii. Do la tipa valoro rilate A estos la *sumo* de la (medianaj) gradoj de malsimileco inter A kaj A (nulo), A kaj B (2) A kaj C (4), entute $0 + 2 + 4 = 6$ sen divido per 3, ĉar ankaŭ por B kaj C oni devus dividi per la sama nombro.

Simile oni trovos la gradojn de malsimileco inter la individuaro P kaj B ($0 + 2 + 4 = 6$) aŭ C ($0 + 4 + 4 = 8$).

El la tri relativaj gradoj de malsimileco (6, 6, 8) tiuj kiuj koncernas A kaj B estas la plej malgrandaj; A aŭ B estas fine la tipa homo de tiu trihoma individuaro.

Por kompare studi oni eĉ povas kalkuli la aritmetikan mezvaloron kaj la medianon en ĉiu kolono de la tabelo I kaj registri ilin post la karakterizaj numeroj de la tipa homo. Tion vi trovos en la III-a tabelo.

Tabelo III.

	Pezo	Statur	Korpa mal-rapido	Mensa mal-rapido	Lerteco
<i>Tipa Homo</i>	60	168	12	28	3
<i>Mediana</i> fiktiva homo ...	60	172	12	30	3
<i>Meza</i> fiktiva homo ...	62,7	172	14,3	30	2,7

En la individuaro (A, B, C) ne troviĝas do iu homo kun la ecoj de la meza homo laŭ Quetelet aŭ eĉ de la mediana homo.

Tiaj estuloj estas fiktivaj, reala estas ja la tipa homo A (aŭ B).

Tamen tiu mediana homo kiun ni difinis je la paĝo 128 kvankam fiktiva, pli proksimas al la tipa reala homo ol la meza fiktiva homo; kaj tion oni povas afendi (sen rigora certeco en ĉiu aparta ekzemplo).

Ankaŭ rimarkindas ke la karakterizaj trajtoj de la tipa homo ĝenerale proksimas je la trajtoj mezaj aŭ medianaj; sed videblaj diferencoj povas aperi pri kelkaj specialaj karakteriziloj, ekzemple statur kaj mensa rapido en nia kazo.

Ke la kuniĝo de la karakteriziloj de fiktiva meza homo aŭ fiktiva mediana homo ne kontraŭdiras nian scion pri la korpa aŭ mensa naturo de la homo estas ĉi tie tre verŝajne, sed nur verŝajno. Ke tia malsukceso ne trafos nian realan tipan homon difinitan sur p. 129 estas evidenta certeco.

Ĉar li ne estas fikcio, kiel la meza kaj mediana homoj, sintezitaj laŭ la du sistemoj de karakterizaj valoroj vicigitaj sur la du lastaj linioj de la tabelo III. Li estas reala homo, A (aŭ B). Ni ne imagas lin deire de nombroj kalkulitaj, sed li mem determinas tiun serion da nombroj: 60, 168, 12, 28, 3.

Simpligo de la kalkuloj kaj lasta difino de la tipa homo.

Se oni konsentas perdi kelkajn teoriajn avantaĝojn de la antaŭa difino por gajni simpligon en la kalkuloj, oni povas alveni al intera difino kiu staras inter tiu de Quetelet kaj tiu alia, longe de ni klarigita b). Tiucele ni bezonas nur elekti el la individuaro iun homon (do realan homon), kies ka-

⁸⁾ Vidu paĝon 129.

rakteriziloj plej proksimos je tiuj de la fiktiva homo laŭ Quetelet aŭ de la fiktiva homo kiu tipas laŭ la unua senco (p. 128) ⁹⁾.

Oni elektos la individuon J tia ke tipa valoro de la diferencaro inter la karakteriziloj de J kaj tiuj de la fiktiva individuo estu plej malgranda. (Diferencojn ni ĉiam prenas absolutaj). Tiu J ni nomos la *plej meza* homo, la *plej mediana* homo ... de la aro, laŭ la cirkonstancoj.

Ni konsideru ekzemple la mezan fikтивan homon prenante la absolutajn diferencojn inter la nombroj en la lasta linio de la tabelo III kaj ĉiuj respondaj nombroj en la tabelo I. Rezultos la tabelo IV.

Tabelo IV.

	Pezo	Statur	Korpa mal-rapido	Mensa mal-rapido	Lerteco	Sumoj
Individuo A	2,7	4	2,3	2	0,3	11,3
Individuo B	4,7	4	2,3	2	1,3	14,3
Individuo C	7,3	0	4,7	0	1,7	13,7

Se ni prenas kiel tipan valoron en ĉiu linio la aritmetikan mezvaloron (proportian al la sumo), la plej meza homo en nia aro P estos A.

Cetere, ĉi tiu nova difino evitas sendube la danĝeron alveni ĝis aro da nekuniĝeblaj karakteriziloj. Sed nek tiu danĝero estas tre granda, nek oni evitos ĉiam la nenormalecon en la kuniĝo de la karakteriziloj aperantaj en individuo kun ecoj proksimaj al tiuj de fiktiva homo.

Kontraŭargumentoj kaj respondoj.

La du lastaj difinoj de tipa homo kiujn ni proponis (p. 129 kaj 132) kaj aplikis ŝajnas ege arbitrecaj. Kial tiu kaj ne alia tipa valoro estos elektata? Kial laŭ tiu sistemo de unuoj oni mezuros kaj ne laŭ alia? Mezurante la pezon je gramoj anstataŭ kilogramoj oni pligravigus la influon de la pezo por la determino de la tipa homo. Do ĝeneralmaniere oni kalkulas diferencojn de mezuroj *ne kompareblaj* pro la baza arbitreco en la elekto de la unuoj.

Jen kiel oni povas malpliigi la arbitron¹⁰⁾. Oni vicigu la individuojn laŭ

⁹⁾ Sinjorino Defrise, Bruxelles, kiu interesiĝis je tiu difino de la meza homo kiun mi antaŭe (p. 129) proponis, alvenis siaflanke kaj sendepende al la sama nova ideo nun proponota.

¹⁰⁾ Krom per tio, kion ni proponas en la teksto mem, la arbitrecon en la elekto de la unuoj oni evitas, anstataŭigante la ordinarajn karakterizilojn per „reduktitaj“ karakteriziloj, kiujn ni difinas. La staturon S anstataŭigu per iu „reduktita“ statur $S' = S/ds$ kie ds mezuras la dispersion (distribuon) de S . ds estos ekzemple la meza kvadrata ekarto. Tiel ĉiuj karakteriziloj (reduktitaj) havus la saman dispersion, L . (Poste oni bezonus ankoraŭ multipliki ĉiun reduktitan variaĵon per koeficiento indikanta ĝian gravecon, kiel oni klarigos en la sekvanta paraĝrafo).

grando de ĉiu karakterizilo, kaj oni mezuros la karakterizilon de iu individuo per la numero de ĝia loko, ne laŭ iu arbitra sistemo. 40 mezuros la lertecon de la 40-a individuo en la vico ordigita laŭ lertecon. Ĉiuj nombroj kiuj formas la tabelon respondan al nia tabelo I restos inter 1 kaj la nombro de individuoj. Por kalkuli la diferencojn oni subtrahas naturajn loknumerojn, ne arbitrajn mezurojn.

Tiun procedon ni apliku al nia kutima ekzemplo. Analogie al la tabelo I, ni formas la tabelon V kie la pezmezurojn 60, 58, 70 anstataŭos 2, 1, 3, ordonumeroj de la samaj pezaj klasigitaj laŭ siaj grandoj.

Tabelo V.

	Pezo	Statur	Korpa malrapido	Mensa malrapido	Lerteco
Individuo A	2	1	1	1	2
Individuo B	1	3	1	3	3
Individuo C	3	2	3	2	1

El ĉi tiu oni formas la tabelon VI analogan al la tabelo II.

Tabelo VI.

Paroj	Diferencoj (absolutaj valoroj)					Medianoj
(A, B)	1	2	0	2	1	1
(B, C)	2	1	2	1	2	2
(C, A)	1	1	2	1	1	1

Nun la gradoj de malsimileco inter la aro P kaj A, B, C kalkulitaj kiel je p. (132) laŭ la konvenaj sumoj formitaj per adicio de la elementoj en la lasta kolono de la tabelo VI estos

$$0 + 1 + 1 = 2; \quad 1 + 0 + 2 = 3; \quad 1 + 2 + 0 = 3.$$

A havas plej malaltan gradon de diferenco: li estas la tipa homo, kiel antaŭe li estis aŭ povis esti. Tamen kiam temas pri grandnombraj aroj, tiu konstanteco de la tipa homo ne estas garantiata: li povas iomete ŝanĝiĝi.

Se oni volas atribui pli gravan rolon al certa karakterizilo, oni multipliku per koeficiento konvene elektita la elementojn de la respektiva kolono. Verdire oni tiel enkondukas iom da arbitreco. Sed de longe montris la praktiko en la indicoj de la prezoj ke la enkonduko de koeficientoj povas plibonigi ilian signifon sen granda ŝanĝo de la senco de iliaj varioj en la ekonomia movado. Ĉi tie okazos verŝajne la samo. Ankaŭ en nia amaso P ni tuj konstato ke la koncernaj arbitrecaj koeficientoj ne influas la rezultojn tiel grave kiel oni supozus. Por ekzemplo, dumaniere ni modifu kelkajn operaciojn antaŭe fari-

le ĉar en la tabelo II la pezdiferencoj ŝajnas pli grandaj ol la aliaj kaŭzante eble tiamaniere troan influon de la pezo, ni prenu kiel pezunuon 2 kilogramojn dividante per 2 ĉiujn pezmezurojn: la unua kolono en la diferenttabelo iĝos 1, 6, 5.

2e anstataŭ la mediano ni mezuru nun per la aritmetika mezvaloro (aŭ tute simple per la sumoj de la respektivaj diferencoj) la gradojn de malsimileco inter du individuoj.

Tiam la tabelo II fariĝas tabelo VII.

Tabelo VII.

Paroj	Pezo	Statur	Korpa rapido	Mensa rapido	Lerteco	Sumoj
(A, B)	1	8	0	4	1	14
(B, C)	6	4	7	2	3	22
(C, A)	5	4	7	2	2	20

Kaj la gradoj de malsimileco inter la aro P kaj A, B, C en estas nun

$$0 + 14 + 20 = 34$$

$$14 + 0 + 22 = 36$$

$$20 + 22 + 0 = 42$$

Denove la plej malalta diferencgrado respondas al A, kiu estas ankoraŭ nun tipa homo, kiel antaŭe.

Generaliga ekzemplo de tipa urbo.

La klarigita metodo povas esti aplikata al multaj aliaj statistikaj kompleksaĵoj krom la homo. Konsideru ekzemple la francajn urbojn. Al ĉiu el ili apartenas iu areo, loĝantaro, industria aktivo, konebla laŭ la konsumado de karbo, gaso kaj elektro), iu intelekta vivo (taksebla laŭnombro de la lernantoj en la tri gradoj de instruado), iu morala alto (senteblo per la nombro da krimoj, deliktoj, maledziĝoj), k.t.p.

Dezirante anstataŭigi per la ideo de *meza urbo* la kompleksan kaj malfacile imageblan idearon de tiuj nombroj rilatantaj la aron de la urboj, se ni kreas fikтивan urbon kun la mezo de la areoj, de la loĝantaroj, kc. ... oni riskas renkonti malnormalaĵojn similajn al tiuj rimarkitaj de Joseph Bertrand. Ŝajnas pli konsilinde ke oni difinu kaj elektu kiel tipan urbon *unu el la urboj* efektive ekzistantaj tia ke ĝia karakterizilaro (areo, nombro de loĝantoj, kc.) pleje proksimu al la karakterizilaroj analogaj de aliaj urboj.

Por determini tiun urbon oni povas uzi kalkulumetodojn similajn al la pri-skribitaj.