me fumaĵita svelta korpo nomiĝas en fiŝvendejoj "mar-angilo". En sudorientaziaj akvoj oni kaptas ŝarkojn per hokado. Iam, antaŭ longa tempo, eŭropanoj observis strangan kutimon de la indiĝenoj. Tiuj tiris imponan ŝarkon en sian boaton, fortranĉis la naĝilojn kaj ĵetis la ankoraŭ vivantan – sed pro tio al terura morto kondamnitan – beston reen en la akvon. La naĝilojn oni poste supe kuiris. Nun, oni devas scii, ke ŝarkoj apartenas al la 'ĥondrofiŝoj' (*Chondrichthyes*), kontraŭe al la pli oftaj 'ostofiŝoj' (*Osteichthyes*) kiel ekz. niaj ordinaraj manĝofiŝoj. Iliaj naĝiloj havas la konsiston kaj guston laŭ tute eluzitaj kaŭĉukpantofloj. Pro tio oni devas abunde spici ŝarknaĝilan supon por fari ĝin manĝebla kaj trovi plezuron en la forkonsumado.

Kial do la malajanoj kaptas kaj tiom kruele mortigas la ŝarkojn? Certe ne allogas la naĝiloj! Ne, tute ne. Temas pri horora venĝo laŭ rito. Kiam ŝarko estas atakinta kaj mortiginta indiĝenon, oni kaptas alian ŝarkon kaj pune tiom kruele traktas ĝin. La naĝilojn oni supkuiras nur por ne perdi ion manĝeblan. Sed la eŭropanoj sole pensis pri manĝaĵo, ĉar ili nek komprenis nek konceptis la fundan sencon de la arĥaika moro kaj alkutimiĝis al la stranga gusto de ŝarknaĝila supo. Tiu ĉi havas, ankoraŭ nuntempe, la tute senrajtan reputacion esti delicaĵo.

Evidente la famo de ŝarknaĝiloj similas al tiu de la orientaziaj "hirundonestoj". Tiuj konsistas el sekigita birdosalivo kun algluiĝintaj plantopartoj. Bonvolu pensi pri tio, se vi en plej noblaj restoracioj trovos sur la menuo ŝarknaĝil- aŭ hirundonest-supon. Sed reen al la ŝarkoj kaj homoj. Mian selaĥiofobion mi ne lasos forpreni de mi kaj, kvankam mi jam staris kun leonoj kaj tigroj en cirkomaneĝo, mi neniam mergus miajn piedojn en akvon, en kiu oni vidis ŝarkojn. Oni tamen devas konscii, ke ŝarkoj multe pli devas timi la homojn ol inverse.

Aŭtora adreso
Dr. Rolf SPANGENBERG
Autunstrasse 21
DE – 55218 Ingelheim / GERMANIO
<spangenberg@zzf.de>

Priaŭtora informo
Veterinaro, aŭtoro de faklibroj, reĝisoras televidajn elsendaĵojn pri malsanoj de bestoj kaj ties kuracado, en libertempo kuras maratonon.

Matematikaj taskoj por konkludi *

Jan GÓROWSKI, Maciej KLAKLA & Adam ŁOMNICKI

Tre ofte – kaj tro ofte – oni aŭdas plenaĝulojn diri: en la lernejo mi malamis matematikon, mi neniam ĝin komprenis, neniun taskon mi solvis memstare. Strange, ke tiuj parolantoj ne hontas pro sia sinteno al matematiko, pro siaj mankoj en matematika edukiteco. Nekomprenebla pensmaniero, ja neniu fieras, ke li konas neniun fremdan lingvon, ke li faras erarojn parolante en la gepatra lingvo. Feliĉe tio ne estas ĝenerala opinio pri la valoroj de matematika edukado, valoroj por rekta apliko en la ĉiutaga vivo kaj por mensa aktivigado de junaj homoj en diversspecaj lernejoj. Iom kulpas la aŭtoroj de la programoj de edukado, iom ankaŭ la aŭtoroj de lernolibroj, iom tiuj instruistoj de matematiko, kiuj ne serĉas interesajn temojn (taskojn) kaj instrumanieron.

En la serio de artikoloj ni proponas al la legantoj de Scienca Revuo kaj ankaŭ – ni esperas – pere de ili al instruistoj de matematiko, kiuj ne konas Esperanton, diversajn temojn, ligitajn kun elementa geometrio, nombroteorio, algebro, teorio de funkcioj k.s. La priskribitaj temoj, matematikaj taskoj, solvoj de problemoj, teoremoj kaj ties pruvoj estas en granda parto nia modesta akiraĵo (kolektita dum preskaŭ 40-jara laboro en la Pedagogia Universitato en Krakovo, Pollando). En ĉiu okazo ni aldonos sugeston, por kiaj lernantoj, laŭ nia opinio, tiu propono estus konvena. Kompreneble en ĉiu lando instruisto de matematiko devus adapti tiun proponon al la programo de edukado.

Tre interesan materialon ni trovis en la artikolo de *Jónsson* (2007), perfektan por kapablaj lernantoj, kiuj ekzemple partoprenas en matematikaj konkursoj. Por ni esperantistoj, similaj artikoloj estas tre valoraj ankaŭ pro tio, ke ili helpas al la evoluo de la faka lingvaĵo, al naskiĝo de kontaktoj inter diversnaciaj instruistoj de matematiko kaj didaktikistoj de matematiko.

* Por mezlernejanoj

Dum la lastaj jardekoj, pro diversaj kaŭzoj, la programoj de matematika instruado (en multaj landoj) "malgrasiĝis". Kelkaj temoj ne estas plu aktualaj, multaj estis forstrekitaj pro la tendencoj al plifaciligado de la lernado. Povas okazi, ke la diplomito post abiturienta ekzameno neniam aŭdis ekz. pri la aksiomoj de geometrio, pri nocioj de la logiko, pri tridimensia analitika geometrio.

Ĉu havas iun sencon rezigni pri pruvado de teoremoj dum lecionoj de matematiko?

Antaŭ 40 jaroj en mezlernejoj en Pollando oni konstruis kun gelernantoj la planimetrion, elirante de aksiomoj. Tiam la didaktikistoj de matematiko opiniis, ke tiu lernanto komprenas la rolon de pruvo de teoremo, kiu sentas la nepran bezonon de la pruvo de la teoremo evidente vera. En la nuna jarcento pli facile estus aktivigi lernanton, proponante serĉadon de la pruvo de neevidenta teoremo. La plej interesa por lernantoj estus – laŭ ni – la vojo: de konjekto al trovo de teoremo kaj ties pruvo (pruvoj). La supozo, ke iu interesa eldiro, iu kuraĝa konjekto, estas vera, restis ofte en pasintaj jarcentoj nur konjekto dum multaj jaroj aŭ jardekoj.

Sube ni priskribos la "reĝan vojon" al kreado de teoremoj. La teoremoj ekestas dum la solvado de tiel nomataj matematikaj taskoj por konkludi tezojn. Sub tiu nocio ni komprenas la taskojn, en kiuj oni fiksas premisojn, ligitajn ekz. kun iu figuro aŭ figuroj kaj oni serĉas la konsekvencojn de tiuj premisoj. Oni serĉas konkludojn de la premisoj. Tiamaniere oni venas al konjektoj pri la figuroj. Ofte tiu vojo kondukas ne nur lernanton, sed ankaŭ la instruiston de tiu lernanto al la trovo de nova teoremo (aŭ relative nova, nova por ili). Nenio superas la plezuron de la trovo de io nova. Dum matematikaj lecionoj estas bonegaj (kaj malmultekostaj) okazoj por difini novajn nociojn, novajn simbolojn, trovi novajn algoritmojn, novajn konjektojn kaj teoremojn.

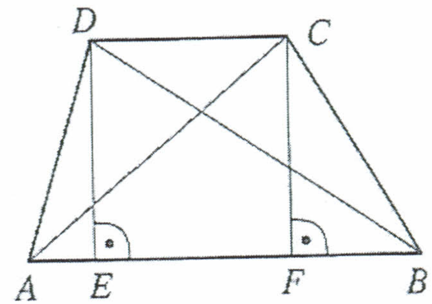
Ekzemplo I:

Teoremo:

La trapezo havanta egalajn diagonalojn, estas simetria.

Pruvo:

Ni fiksu la simbolojn, kiel sur la desegno 1.



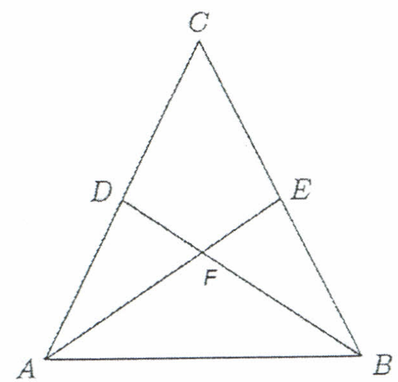
Desegno 1

Laŭ premiso $|AC|=|DB|$. Ni rimarku, ke la ortangulaj trilateroj AFC kaj EBD estas kongruaj. Sekve $|AF|=|EB|$, de tio $|AB|-|AF|=|AB|-|EB|$, kaj plue $|FB|=|AE|$.

La trilateroj AED kaj FBC do kongruas. Konklude la trapezo $ABCD$ estas simetria.

Ekzemplo II:

Ni premisu, ke du medianoj de triangulo estas egalaj. De tio sekvas, ke tiu triangulo estas izocela.



Desegno 2

Obeante la simbolojn sur la desegno 2 ni povas jene noti la premisojn: $|AD|=|DC|$, $|BE|=|EC|$, $|AE|=|BD|$.

La unua vojo de rezonado:

Laŭ la teoremo inversa al la teoremo de Taleso, ni ricevas, ke la rektoj DE kaj AB estas paralelaj, la kvarlatero $ABED$ estas do trapezo.

Pro tio, ke $|AE|=|BD|$, la diagonaloj de la trapezo $ABED$ estas egalaj. El la teoremo pruvita en la unua ekzemplo, ni konkludas, ke $|AD|=|BE|$.

Sekve $|AC|=2|AD|=2|BE|=|BC|$, la triangulo ABC estas do izocela.

La dua vojo de rezonado:

Ni fiksu la simbolojn, kiel sur la desegno 2. Laŭ la teoremo pri la divido de la mediano de triangulo per la pezocentro de tiu triangulo, ni ricevas:

$|BF|=2|DF|$, $|AF|=2|FE|$. Sed $|DB|=|AE|$, do $|BF|=|AF|$, $|DF|=|FE|$. Sekve la trianguloj AFD kaj BEF kongruas, $|AD|=|BE|$, la triangulo ABC estas do izocela.

Valoras rimarki, ke oni povis unue pruvi la teoremon el la ekzemplo II - laŭ la dua vojo de rezonado – kaj poste eluzi tiun teoremon en la demonstrado de la teoremo donita en la ekzemplo I. Se ni kondukus rektojn AD kaj BC en la trapezo priskribita en la ekzemplo I, ili havus la komunan punkton P, kaj la triangulo ABP havus la medianojn BD kaj AC egalajn.

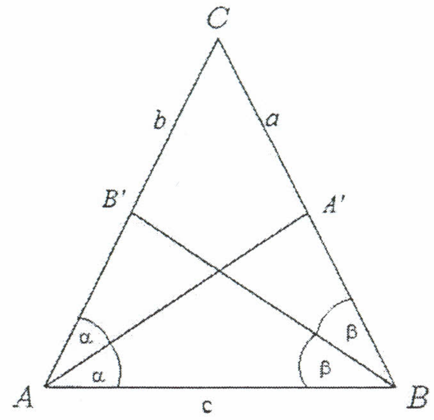
Ekzemplo III:

Ŝanĝante en la ekzemplo II la vorton *mediano* per la vorto *alto*, ni ricevas teoremon facilan por demonstro kun la tezo: la triangulo estas izocela. Videblas du pruvoj. En la unua oni povas montri du kongruajn trilaterojn, en la dua – esprimi la areon de la trilatero per du formuloj.

Pli malfacila por pruvi estas la teoremo, kiun ni ricevus ŝanĝante en la ekzemplo II la vorton **mediano** per la vortoj **partoj de dusekcantoj de triangulo, kiujn inkluzivas tiu triangulo.**

F. Enriques kaj *U. Amaldi* en sia lernolibro (1916) donis inter la taskoj tiun teoremon kaj la skizon de ĝia pruvo ili provizis per jenaj vortoj:

"La pruvo de tiu teoremo estas iom malfacila, tial ni donos la pruvon trovitan de la fama svisa matematikisto *Jakob Steiner*". Tiamaniere – notante la nomon – la aŭtoroj diris, ke laŭ ili tiu teoremo estas pli interesa kaj pli valora, ol la aliaj teoremoj priskribitaj en la lernolibro. Sube ni donas alian, propran pruvon de tiu teoremo. Dum jaroj ni trovis pli ol dek pruvojn de tiu teoremo.



Desegno 3

Ni fiksu la simbolojn, kiel sur la desegno 3, interalie:

$|AC|=b,\ |AB|=c,\ |BC|=a,\ p=\dfrac{a+b+c}{2}$. Laŭ la premisoj $|AA'|=|BB'|$.

Sekve $|AA'|=\dfrac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)},\quad |BB'|=\dfrac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)}$.

Ni ricevas laŭvice:

$$\frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)}=\frac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)},$$

$$(a+c)^2bcp(p-a)=(b+c)^2acp(p-b),$$

$$(a^2+2ac+c^2)(bp-ab)=(b^2+2bc+c^2)(ap-ab),$$

$$a^2bp-a^3b+2abcp-2a^2bc+c^2bp-c^2ab=$$

$$=b^2ap-ab^3+2abcp-2ab^2c+c^2ap-c^2ab,$$

$$abp(a-b)-ab(a^2-b^2)-2abc(a-b)+c^2p(b-a)=0,$$
$$(a-b)(abp-ab(a+b)-2abc-c^2p)=0,$$
$$(a-b)[ab(p-(a+b)-2c)-c^2p]=0,$$
$$(a-b)[ab(p-(a+b+c)-c)-c^2p]=0,$$
$$(a-b)(ab(-p-c)-c^2p)=0,$$
$$a-b=0,$$
$$a=b.$$

Referencoj

Enriques F., Amaldi U. (1916). Zasady gieometrji elementarnej, Warszawa-Lwów

Górowski J., Klakla M., Łomnicki A. (1997). O pewnej charakterystyce trójkątów równoramiennych i równobocznych, Gradient *1*, 13-20

Górowski J., Klakla M., Łomnicki A. (1997). Trójkąt – niewyczerpane źródło problemów, Matematyka *6*, 357-360

Górowski J., Klakla, M., Łomnicki A. (2004). Zadania „na wymuszanie" jako środek matematycznej aktywizacji uczących się Dydaktyka Matematyki ***26***, 61-80

Górowski J., Łomnicki A. (1998). Czwarty stopień wtajemniczenia, Eldonejo „Kleks", Bielsko – Biała

Jónsson J.H. (2007). Frandaj eroj por gimnazianoj. Scienca Revuo 48, 251-258

Krygowska Z. (1977). Zarys dydaktyki matematyki, cz. II, WSiP, Warszawa

Walsch W. (1986). Rola dowodzenia w matematycznym wykształceniu ogólnym, Dydaktyka Matematyki *6*, 113-125

Adresoj de la aŭtoroj

Dr. Jan GÓROWSKI	*Dr. Adam* ŁOMNICKI	*Prof.dr.hab. Maciej* KLAKLA
Str. Na stoku 2	*Str. Bielowicza 53*	*Str. Sądowa 7*
32 087 Penkowice	*32 040 Świątniki Górne*	*31 542 Krakow*
Pollando	Pollando	Pollando
<jangorowski@interia.pl>	<alomnicki@poczta.fm>	<smklakla@ap.krakow.pl>

Priaŭtoraj informoj

Jan Górowski kaj *Adam Łomnicki* estas doktoroj de matematiko kaj laboras en la Pedagogia Universitato en Krakovo (Pollando). Ĉiu el ili skribis pli ol 80 sciencajn artikolojn kaj lernolibrojn. *A.Łomnicki* estas esperantisto, instruisto de tiu lingvo.

Maciej Klakla, matematikisto, laboras kiel profesoro en la Pedagogia Universitato en Krakovo, skribis pli ol 130 sciencajn artikolojn kaj lernolibrojn.

Palatinato – ponto inter Germanujo kaj Francujo*

Franz-Georg RÖSSLER

Enkonduko

Palatinato ĉiam estis ponto – sed pli ĝuste ĝi devis esti pasejo, milita renkontiĝejo, batalejo, viktimo de pretendoj multaflankaj, oferaĵo de eksteraj kaj regionaj potencoj kaj potenculoj. Evidente, aktuale Palatinato troviĝas ene de la Germana ŝtato, kaj je la alia, plej proksima flanko de la ponto situas Francujo, la okcidenta najbaro, la precipa kunaganto dum la historio. Sed multaj aliaj nacioj, etnoj, religiaj grupoj transpasis tiun ĉi centraeŭropan ponton, multaj eĉ restis tie ĉi.

La palatinata geografia kaj poseda situacoj

Temas pri la teritorio, kiun la aktuala mapo (Bildo 1) de la distrikto Rejnhesujo-Palatinato (*Regierungsbezirk Rheinhessen-Pfalz*) ankoraŭ priskribas. Oni aldonu iom de la nuna Sarlando kaj iom en la nordo, kaj forprenu episkopajn teritoriojn – jen jam la historiaj limoj, se ne mankus la dekstrarejna parto, nun apartenanta al Badeno-Virtembergo. La rivero Rejno ne estis tia limo, kia ĝi nuntempe aspektas.

Politike ekzistis longatempe interplektiĝo de la plej diversaj posedaĵoj: Elektoprinca teritorio, regejoj de la episkopoj de *Speyer* /Spiro kaj *Worms*/Vormso, liberaj regnaj urboj, nobelaj posedaĵoj kaj aliaj propraĵoj.

* Pentekoste de 2010 okazis la jara kongreso de la Germana Esperanto-Asocio kune kun Unuiĝo Franca por Esperanto en *Kaiserslautern* / Germanujo. La aŭtoro de tiu ĉi artikolo traspuris per prelego kun lumbildoj la komplikajn rilatojn inter ambaŭ landoj ekde la unuaj atestoj ĝis la dudeka jarcento kaze de la palatinata limregiono, la loko de la kunveno.

Jen resumo de la prelego kun mapa orientiĝo. Sesdekpaĝa monografio kun bildoj kaj pli ampleksa teksto pri la temo estas havebla kun multaj mapoj kaj ilustraĵoj en cifereca formo ĉe la aŭtoro: *F.-G. Rössler* "Palatinato – ponto inter Germanujo kaj Francujo", *Edition Antiphon / Speyer* 2010. Ĉe la esperantigo de urbonomoj ne troveblaj en PIV mi sekvis la libron "Leksara kolekto de ofte uzataj propraj nomoj" kompilita de Ŝulco & Bermano (1989), Esperanto-Centro Paderborno.