La binomnombra funkcio evidente havas la sekvantan rilaton kun la betafunkcio:

$$(r/'p) = (x \to r \lim)\{1/(x+1)B(p, x-p)\}. \qquad (10)$$

4. Estas rimarkinde, ke la binomaj nombroj (nun difinitaj kiel la valoroj de la binomnombra funkcio por entjeraj valoroj de la du argumentoj) por pozitiva unua argumento montras simetrion, kiu ne ekzistas por negativaj valoroj de la unua argumento. Vidu por tio la tabelon:

$(n/'m)$	$m = -3$	-2	-1	0	1	2	3
$n = -3$	0	0	0	1	-3	6	-10
-2	0	0	0	1	-2	3	-4
-1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
2	0	0	0	1	2	1	0
3	0	0	0	1	3	3	1

La nenulaj nombroj en la malsupra duono de la tabelo troviĝas en la sama vicordo en la triangulo de Pascal. Ankaŭ en tiu triangulo ĉiu vico de nombroj estas simetria. La vicoj por negativa n tamen ne estas simetriaj. Rimarku, ke ĉie en la tabelo iu nombro estas la sumo de la nombro rekte super tiu nombro kaj ties maldekstra najbaro.

La rilato

$$(n/'m) = (n/'n - m),$$

kiun oni facile povus konjekti post (8), estas (tute kiel (8) mem) neĝusta por n negativa, kiel montras la tabelo. Ĝenerale la rilato

$$(r/'p) = (r/'r - p)$$

estas nur ĝusta, se r ne estas negativa entjero. La kaŭzo de tio estas, ke pro la limito en (9) la dua membro de (9) ne estas simetria rilate al p kaj $r - p$.

Ni devas rimarki, ke la difino (9) estas iomete arbitra. Estus ankaŭ eble difini $(r/'p)$ kiel:

$$(x \to r \lim)\{x!/(x - r + p)!(r - p)!\}.$$

Al tiu difino ni estus venintaj, se ni estus prenintaj la disvolvon de $(1+z)^r$, kiu konverĝas ĉiam por $|z| > 1$. Ĉar tiam validas

$$(1+z)^r = z^r(1+1/z)^r = (r/'0)z^r + (r/'1)\, z^{r-1} + \ldots$$

En tiu disvolvo la koeficiento de z^m estas $(r/'r - m)$. Oni vidas, ke por r pozitiva entjero la du disvolvoj estas identaj.

Estas nia opinio, ke estas praktike, ligi la difinon de $(r/'p)$ al la pli simpla kaj pli ofte uzata unua disvolvo.

(048.6)=089.2
539.501:413.164=089.2

ESPERANTO EN LA SCIENCO.

Antaŭ unu jaro mi raportis en ESPERANTO (de IEL-UEA) pri sukceso kaj malsukceso en klopodoj enkonduki nian lingvon en sciencaj gazetoj en Nederlando. En la fino de 1947 la Sekcio Matematiko kaj Natursciencoj de la Reĝa Nederlanda Akademio de Sciencoj akceptis proponon de kelkaj siaj membroj (la profesoroj A. F. Holleman, M. Minnaert, J. Clay, kaj J. M. Burgers, kaj eble ankoraŭ aliaj) allasi en siajn *Proceedings* esperantlingvajn resumojn. Prof. Burgers (Delft) en la pasinta jaro regule uzis tiun novan eblon. Jus denove aperis du artikoloj de prof. Burgers. La sama scienculo, en kunlaboro kun angla scienculo, Scott Blair, preparas raporton pri la nomenklaturo reologia. Prof. Burgers intencas proponi aldonon de esperantlingvaj terminoj. Tial mi turnas min speciale al tiuj fizikistoj kaj kemiistoj esperantistaj, kiuj kredas sin iom kompetentaj en la kampo reologia. Ili bonvolu anonci sin ĉe la redaktoro, por ke tiu povu sendi al ili por kritiko provizoran terminaron.

La Redaktoro.

342.843 + 06.044.123 + 06.052.3

VOĈDONADOJ KAJ ILIAJ REZULTOJ

de W. P. ROELOFS.

Enkonduko. — Tiuj inter ni, kiuj estas civitanoj de „demokratia” ŝtato, ĉu „popoldemokratia”, ĉu „okcidente demokratia”, de tempo al tempo estas vokataj al voĉdono — almenaŭ se ili ne estas ekskluditaj de tiu rajto pro la koloro de sia haŭto aŭ eĉ pro tiu de unu el siaj praavoj, aŭ pro tio ke ili estas tro malriĉaj, aŭ apartenas al senrajtigita klaso — por elekti ĉu parlamenton, aŭ komunumestraron, aŭ sovetón, aŭ ŝtatprezidanton, aŭ ion similan.

Ni estas membroj de societoj, kaj de tempo al tempo ni devas elekti estraranojn, aŭ ni devas, per voĉdono, decidi pri certaj aferoj; mallonge: ni devas elekti el inter pluraj alternativoj.

Kaj kiaj estas la rezultoj de tiaj voĉdonoj? Ĉu ili estas konformaj al tio, kio ili devas esti? Ĉi tiu demando kondukas al nova demando: Kio devas esti rezulto de tia voĉdonado? Nu, la tasko de parlamento aŭ simila reprezentantaro estas: reprezenti nin, en nia nomo decidi pri la politiko, fari leĝojn, kaj kontroli, ĉu la rezultoj de ni postulitaj estas liverataj de la plenuma potenco. Do klare estas ke tia parlamento devas esti vere reprezenta, ke ĉiuj pli-malpli gravaj opinioj, konceptoj, principoj, interesoj, deziroj, ktp., kiuj vivas en la popolo kaj havas ian rilaton al la politiko, estu taŭge kaj en ĝustaj proporcioj reprezentataj en la parlamento. Ĉu la ekzistantaj parlamentoj kontentigas tiujn kondiĉojn? Tio estas apenaŭ kredebla. Kaj se tiel estus foje, tia rezulto estus pure hazarda. Ja la nombro de la aktualaj problemoj pri politikaj principoj ĝenerale estas sufiĉe granda, kaj ordinare rilate al ĉiu problemo oni povas okupi unu el pluraj alternativaj starpunktoj. Krome la dispartigo de la socianaro en grupojn diversstarpunktajn varias laŭ la problemoj. La supozo — cetere sufiĉe ofte renkontata — ke certaj fundamentaj principoj estas determinaj por la starpunktoj rilate al praktike ĉiuj pli gravaj problemoj, montriĝas falsa. La konkludo do estas, ke la nombro de la fakte ekzistantaj kombinoj de starpunktoj estas tre granda. Supozu, ekzemple, ke temas pri 4 gravaj problemoj, kaj ke koncerne ĉiun el ĉi tiuj, la homoj okupas 4 diversajn starpunktojn. Tio signifas ke la nombro de la eblaj kombinoj estas $4^4 = 256$. Estas klare, ke balotado en popoldemokratio, kie oni havas la alternativon voĉdoni por aŭ kontraŭ nur unu sola kandidataro, ne kondukas al adekvata reprezento, eĉ se tiu unu kandidataro ne estas tute unupartia. Sed estas same klare, ke ankaŭ elekto el inter du, aŭ tri, aŭ eĉ dek alternativaj „partioj" ne kondukas al reprezenta parlamento alie ol per hazardo. Cetere ni rimarku ke la opinioj de la homoj ne rekte dependas de ilia loĝloko, kaj e do ĉiu „laŭdistrikta reprezentado", ĉe kiu ĉiun distrikton reprezenta unu reprezentanto, eble de la plimulto en la distrikto, sed multe pli verŝajne de la „plejmulto", kiu estas nur pli aŭ malpli granda malplimulto, estas nur karikaturo de reprezento. Sistemoj kiaj la menciitaj — kaj kiom mi scias ĉiuj aktuale aplikataj sistemoj apartenas al tiaj kategorioj — devigas al aĉaj kompromisoj, al nekontentigaj elektoj, ofte ĝuste tiujn, kiuj penis formi al si personan opinion pri la problemoj. Miaopinie la necesaj kompromisoj estu la rezulto de la „batalo" en la parlamento, sed tiu parlamento estu reprezenta kaj ĝia elekto ne devigu la elektantojn al nedefendeblaj kompromisoj, kiel tio okazas nun. Por parlamento aŭ simila reprezentantaro validas do la postulo ke ĝi adekvate reprezentu sian elektintaron (kaj ties malplimultojn!) en ĉiuj kampoj kiuj apartenas al ĝia sfero de agado. La elektosistemo do estu tia, ke tia parlamento rezultas.

Tute alie estas en la kazo de elekto de estraranoj de societo, aŭ de voĉdono pri vojo irenda. Estraro de societo ne estas reprezentantaro de la membroj, sed la „plenuma potenco" en la societo, kaj estu do „eksponento" de plimulto, plimulto ofte naskiĝinta el neeviteblaj kompromisoj.

Por ke la rezulto de voĉdonado estu korekta, necesas (1) ke la voĉdonantoj estu bone informitaj pri la alternativoj, (2) ke la alternativoj estu ĝuste starigitaj, kaj (3) ke la interpreto de la voĉdonado estu

tiu, kies ĝusteco estas plej verŝajna. Mi traktos ĉi tie nur la du lastajn punktojn.

La sinsekvo de prefero. — Se oni devas elekti el inter nur du alternativoj, kaj tiuj du estas la solaj eblaj, ekzistas do nenia malfacilaĵo: unu alternativo reprezentas plimulton. (Eventuala ekvilibro de voĉoj estas hazarda, praktika, sed ne principa malfacilaĵo). Se tiuj du alternativoj ne estas la solaj eblaj, la afero jam ŝanĝiĝas. Oni havas nenian garantion, ke tiu alternativo kiu akiras la plimulton de la voĉoj vere reprezentas kaj kontentigas plimulton de la voĉdonintoj. Kiel montros ekzemploj, facile la malo povas okazi, kaj, kiel ni tuj vidos, tio ne devas mirigi nin.

Imagu n alternativojn. El tiuj n ni devas elekti. Supozu, ke ĉiu voĉdonanto skribas tiujn alternativojn en la sinsekvo de sia prefero. Nun el tiuj n alternativoj ni apartigu du, A_i kaj A_j, kaj determinu kiom da voĉdonintoj metis A_i antaŭ A_j, kaj kiom inverse. Ĉi tiu esploro donas respondon al la demando, kiu el ĉi tiuj du estus elektita se ili estus la solaj du alternativoj. Tion ni faru kun ĉiuj eblaj paroj de alternativoj. Kiom da ili estas? La respondo estas facila: ĉiun el la n alternativoj ni povas kombini en paron kun ĉiu el la ceteraj $(n - 1)$, kaj tiel ni trovas $n(n - 1)$. Sed ĉar tiel ni kombinis A_i kun A_j kaj ankaŭ A_j kun A_i, kaj do nombris ĉiun kombinon dufoje, ni devas ankoraŭ dividi per 2. La ĝusta nombro de la kombinoj estas do $n(n - 1)/2$. Ĉe ĉiu paro de alternativoj A_i,A_j aŭ la nombro da voĉoj por A_i estas pli granda ol tiu por A_j, aŭ inverse. Principe tiuj rilatoj estas inter si sendependaj. Tio signifas, se $a_{i(j)}$ prezentas la nombron da voĉoj por A_i en konkurado kun A_j, ke povas okazi ke $a_{(j)} > a_{j(i)}$, $a_{j(k)} > a_{k(j)}$, kaj $a_{k(i)} > a_{i(k)}$, kio kompreneble prezentas kontraŭdiron. La nombro de la eblaj kombinoj de „pli granda ol"-oj kaj „malpli granda ol"-oj estas $2^{n(n-1)/2}$. La nombro de la eblaj sinsekvoj de n alternativoj estas nur $n!$ La diferencon inter tiuj du funkcioj de n montras la jena tabeleto:

n	1	2	3	4	5	6
$n!$	1	2	6	24	120	720
$2^{n)n-1)/2}$	1	2	8	64	1024	32768

Por determini la sinsekvon de 6 alternativoj laŭ malkreskanta prefero de iu kolektivo el la kolektitaj sinsekvoj de prefero de la unuopaj kolektivanoj voĉdonintaj, ni devas elekti el inter 720 eblaj sinsekvoj. Kiel tion fari? Ni povas apartigi 15 parojn diversajn de alternativoj, kaj por ĉiu paro determini la pliverŝajnan sinsekvon de prefero. En nur 720 el 32768 tipaj kazoj tiu metodo ne kondukas al kontraŭdiroj; en pli ol 32000 tipaj kazoj troviĝas kontraŭdiroj. Kion fari en tiaj kazoj? Nu, la ŝanco ke voĉdono pri du alternativoj korekte montras la sinsekvon de prefero, estas pli granda ol tiu de la malo. El tio mi konkludas ke ĝenerale tiu sinsekvo de n alternativoj, kiu rezultigas plej malmulte da kontraŭdiroj estas plej verŝajne la ĝusta. Se ni havas la sinsekvon: $ABCD...N$, kaj ni trovis, $D > N$, $C > N$, $C > D$, $B > N$, $B > D$, $B > C$, $A > D$, $A > C$, $A > B$, sed $N > A$, la supra sinsekvo kondukas al nur unu kontraŭdiro; ĉiu alia sinsekvo rezultigas pli da kontraŭdiroj. Tio ĝenerale validas, se inter A kaj N troviĝas minimume du aliaj. Se ni havas $A > B$, $B > C$, $C > A$, la tri sinsekvoj ABC, BCA, kaj CAB rezultigas poe unu kontraŭdiron, kaj estas do, el tiu vidpunkto, egalvaloraj. Tamen ankaŭ en tiu kazo ni povos decidi, kiu sinsekvo plej verŝajne estas ĝusta, kiel mi montros poste. Supozu nun ke vakas m egalvaloraj lokoj en estraro. Oni havas n kandidatojn. Se n estas iom granda nombro, kaj se la nombro de la voĉdonintoj estas granda, estus tro granda laboro, se ni devus determini la sinsekvon de prefero por ĉiuj $n(n - 1)/2$ paroj de kandidatoj. Prefere ni atribuu „pezojn" al la diversaj lokoj de prefero, ekzemple jene: Se sur iu voĉdonilo troviĝas la jena sinsekvo: $ABCDE...$ la pezo de la voĉo por A estu p, por B $(p - a)$, por C $(p - 2a)$, por D $(p - 3a)$, ktp.[1]). Tiel ni kalkulu ĉiujn voĉojn. Ni nun skribu la kandidatojn en la sinsekvo de malkreskantaj rezultoj, kiu estas proksimume tiu de malkreskanta prefero. Plej verŝajne, do, la m elektotoj troviĝos inter la unuaj m + kelkaj de ĉi tiu vicordo. Supozu ke tiuj unuaj estas A, B, C, ... Ni nun komparu A kun ĉiuj ceteraj, poste B kun ĉiuj ceteraj escepte de A, k.t.p., kaj tiel trovu, ĉu ni ankoraŭ devas iom ŝanĝi la sinsekvon, kaj ĉu rilate al tiuj unuaj m troviĝas kontraŭdiroj.

Ni ankaŭ povas apliki *alian metodon*, kiu estas sufiĉe temporaba. El la provizora sinsekvo, kiun ni supre determinis, ni forstreku la lastan (aŭ, alternative, la unuan) kandidaton. Ni agu kvazaŭ tiu ne plu troviĝus sur la voĉdoniloj, kaj komencu la saman proceson denove. Ree ni forstreku la lastan (aŭ ree la unuan) el la nova vicordo trovita, k.t.p. Ĝis fine restas nur unu. Tiu estas la unua elektito, la unua prefero (aŭ, kontraŭe, la malplej dezirata). Ĉi tiun ni nun forstreku de sur la voĉdoniloj, kaj komencu la tutan procedon denove, por trovi la duan elektiton, k.t.p. Ĉi tiu procedo preskaŭ ĉiam kondukas al tiu sinsekvo, kiu plej verŝajne estas korekta, kaj kiu havas plej malmulte da kontraŭdiroj.

Esceptokaze, tamen, ĉi tiu lasta metodo ne kondukas al la ĝusta rezulto, nome tiam kiam laŭpeza kalkulado de la voĉoj rezultigas sinsekvon en kiu tiu alternativo, kiu prezentas la unuan, resp. la lastan preferon, okupas la lastan, resp. la unuan lokon. Mi donos de tio ekzemplon.

---

[1]) Plej praktike estas igi $p = n - 1$, $a = 2$.

Nombro de la voĉoj	por la sinsekvo	Nombro de la voĉoj	por la sinsekvo
$n + m$	$ABCD$	$n + m$	$ACDB$
$3n$	$CDAB$	$3n + 3m$	$DBAC$
n	$ACBD$	$n + m$	$ADBC$
$3n$	$BDAC$	$3n + 3m$	$BCAD$
$n + m$	$ABDC$	$n + m$	$ADCB$
$3n + 3m$	$DCAB$	$3n + 3m$	$CBAD$

Se estas kvar alternativoj, estu la pezo de la unua prefero + 3, de la dua + 1, de la tria — 1, kaj de la kvara — 3. Se estas tri alternativoj: de la unua + 2, de la dua 0, kaj de la tria — 2; se estas du alternativoj, de la unua + 1, de la dua — 1.

Laŭpeza kalkulo liveras: $A + 3m$, $B' + m$, $C - m$, kaj $D - 3m$.

Eliminado

komenciĝanta ĉe la lasta:	komenciĝanta ĉe la unua:
restas: ABC.	restas: BCD.
$A - 2m$, $B + 2m$, C 0.	B 0, $C - 2m$, $D + 2m$.
restas: BC.	restas: BC.
$B + m$, $C - m$.	$B + m$, $C - m$.
restas: B, kiel unua prefero.	restas: C kiel lasta prefero.
Post elimino de B	Post elimino de C
restas: ACD.	restas: ABD.
$A + 4m$, C 0, $D - 4m$.	$A + 4m$, B 0, $D - 4m$.
restas: AC.	restas: BD.
$A - m$, $C + m$.	$B - m$, $D + m$.
restas: C kiel dua prefero.	restas: B kiel tria prefero.
$A + 5m$, $D - 5m$.	$A + 5m$, $D - 5m$.

La procedo de la unupoa eliminado liveras do:
$BCAD$ resp. $ADBC$.

Ĉar $B > A$, $C > A$, $D > B$, $D > C$, $B > C$, kaj $A > D$, la sinsekvo kun la plej malmultaj kontraŭdiroj estas $DBCA$ (unu kontraŭdiro: $D > A$). Ĉiu el la du trovitaj sinsekvoj enhavas du kontraŭdirojn. Ili rezultas el la ĝusta sinsekvo per translokiĝo de tiu alternativo kiu okupas la lastan lokon, al la unua loko, aŭ de tiu kiu okupas la unuan lokon, al la lasta. La sinsekvo kiun liveras la laŭpeza kalkulado, enhavas 4 kontraŭdirojn.

Ni nun iom detale konsideru la gravan *kazon de tri alternativoj*. Se ĝi estas *senkontraŭdira*, ni havas $A > B$, $B > C$, kaj $A > C$. Estas facile pruvi, ke tiukaze laŭpeza kalkulado povas rezultigi la sinsekvojn

ABC, BAC kaj *ACB,* (ĉiu el kiuj, per la procedo de la unupoa eliminado nepre liveras la ĝustan sinsekvon: *ABC*), sed ne la sinsekvojn *CBA, CAB* kaj *BCA,* (kun kiuj la procedo de unupoa eliminado kondukus, aŭ povus konduki, al malĝustaj sinsekvoj).

Se la *trialternativa kazo* estas *kontraŭdira* — ekz. $A > B$, $B > C$, $C > A$ —, ni supozu ke laŭpeza kalkulado liveras la sinsekvon *ABC*. Unupoa elimino nepre rezultigas la sinsekvon *ABC,* kiu estas identa kun tiu de la laŭpeza kalkulo, kaj enhavas unu kontraŭdiron $(A > C)$. Se, tamen, laŭpeza kalkulado liveras ekz. *CBA,* unupoa eliminado liveras *BCA* resp. *CAB,* depende de tio, ĉu oni komencas ĉe la lasta, aŭ ĉe la unua. Ambaŭ sinsekvoj enhavas unu kontraŭdiron. Tiu de la laŭpeza kalkulo estas, certasence, la mezaĵo inter tiuj du, kaj ŝajnas al mi, malgraŭ siaj du kontraŭdiroj, preferinda. Se oni tion akceptas, sekvas do la konkludo, ke, *se troviĝas kontraŭdiro en la sinsekvo de tri alternativoj okupantaj najbarajn lokojn, decidas pri la verŝajne ĝusta sinsekvo la laŭpeza kalkulo, aplikata al tiu trio.* Se tiu metodo eventuale kondukas al la rezulto: $A + 2m$, $B - m$, $C - m$, A estu la unua, kaj pri la relativaj pozicioj de B kaj C decidu komparo inter B kaj C. Same, se oni trovas: $A + m$, $B + m$, $C - 2m$, C estu la lasta, kaj pri la relativaj pozicioj de A kaj B decidu komparo inter ĉi tiuj.

Se sur voĉdonilo estas montritaj nur la unuaj (kaj eventuale la lastaj) preferoj, sed ne la ceteraj, oni metu la ne menciitajn alternativojn kune en la mezan lokon kaj donu al ili la mezan „pezon".

Mi ne povas nei, ke la metodoj de mi indikitaj estas iom komplikitaj, sed la rezulto per ili atingebla estas la plej bona. Cetere, se la nombro de la alternativoj ne estas tro granda, ili estas sufiĉe facile aplikeblaj.

Kontrolaj kazoj. — Por havi kriterion mi supozis simplan kazon: aktualaj estas du problemoj, numeroj *1* kaj *2;* rilate al ĉiu el ili ekzistas du alternativaj starpunktoj: *11* kaj *12,* respektive *21* kaj *22.* Ekzistas do kvar diversaj kombinoj de starpunktoj: *(11.21),* reprezentata de kandidato *A; (11.22)* de *B; (12.21)* de *C;* kaj *(12.22)* de *D.* Mi supozis 81 voĉdonintojn, kiuj sur sian voĉdonilon skribis la nomojn de la kandidatoj en la sinsekvo de sia prefero, ĉiam tiel, ke la unua de tia sinsekvo estas la plena kontraŭo de la lasta. Tiel rezultis 8 alternativaj sinsekvoj kiujn mi indikis per la literoj *a — h.* Ili estas:

a: ABCD; *c: BADC;* *e: CADB* *g: DBCA;*
b: ACBD; *d: BDAC;* *f: CDAB;* *h: DCBA.*

Inter ili mi distribuis la 81 voĉojn laŭ diversaj manieroj, apartenantaj al 14 tipoj.

La supozo, ke la unua prefero de ĉiu voĉdonanto konformas al ties propra kombino de starpunktoj, ebligas konstati kiom da voĉoj estas por ĉiu el la du starpunktoj en ĉiu el la du problemoj. Ĉi tiuj nombroj servos kiel kriterio por prijuĝi la rezultojn de diversaj procedosistemoj.

Klarigo pri la tabelo: De supre sin sekvas: la nombroj indikantaj la kazotipon; la distribuo de la 81 voĉoj inter la 8 alternativaj sinsekvoj *a — h;* la el tio rezultanta distribuo de la voĉoj inter la du alternativaj starpunktoj en ĉiu el la du problemoj; por ĉiu kazo du alternativaj perfektaj reprezentadoj fare de ne pli ol tri el la kvar kandidatoj — la nombroj montras kiom da voĉoj havu ĉiu el ili. Post tio sekvas trimembra reprezentantaro *(ABC),* elektita tiamaniere, ke oni eliminas unue tiun kandidaton kiu akiris plej malmulte da voĉoj kiel numero unu (en ĉiuj kazoj: *D*); tiuj voĉoj transiras al la numeroj du. La rezulto estas, ke la kandidatoj *A, B,* kaj *C* tiel akiris la montritajn nombrojn da voĉoj, kiuj estu iliaj nombroj da voĉoj, aŭ, pli ĝuste, la pezoj de iliaj voĉoj, en la „parlamento". En la lasta kolono mi aldonis la kazon de egala nombro da voĉoj por ĉiu parlamentano.

Super ĉi tiuj nombroj troviĝas la sinsekvoj *BCAD, ABCD,* kaj *BACD.* Ili indikas, ke, daŭrigante la eliminadon de kandidatoj en la sama maniero, tiu eliminado okazus laŭ la inverso de la montritaj sinsekvoj. Tio do signifas, ke, se tiu sinsekvo estas *BCAD,* kaj se tiu 81-membra komuno devus esti reprezentata de unu reprezentanto, tiu estus, laŭ ĉi tiu sistemo, *B,* se de du, tiuj estus *B* kaj *C,* kaj se de tri, *B, C,* kaj *A.*

Post la distribuo de la voĉoj inter tri „parlamentanoj" sekvas la rezulta distribuo de la voĉoj inter la kvar starpunktoj. Ni vidas, ke tre ofte efektivaj plimultoj fariĝas malplimultoj, kaj inverse. Oni povas esperi, ke estus malpli bone, se la nombro da reprezentantoj estus pli granda (kompreneble tiam ankaŭ la nombro de la aktualaj problemoj kaj de la starpunktoj estus (multe) pli granda), sed estas nenia garantio ke tiuokaze rezultus sufiĉe taŭga kaj ĝusta reprezento, kvankam sen ia dubo ĝi estus multe pli taŭga kaj bona, ol la reprezentoj, kiuj rezultas el la diversaj nun praktikataj sistemoj.

Post la trimembra parlamento sekvas ankoraŭ la dumembra. Pri ĝi validas la samaj rimarkoj.

Post tio sekvas:

1e. la sinsekvo de prefero derivebla el la distribuo de la voĉoj inter la du alternativaj starpunktoj en la du problemoj, ĉe kio mi supozis egalan gravecon de la du problemoj, kaj simple sumigis, ekzemple por la kazo *1111* jene: C $41 + 47 = 88$, A $40 + 47 = 87$, D $41 + 34 = 75$, B $40 + 34 = 74$.

2e. La sinsekvo de la plej malmultaj kontraŭdiroj, kiu samtempe estas tiu, kiu rezultas per la jam priparolita sistemo de unupoa eliminado;

asterisko montras ke estas unu kontraŭdiro; kie ne estas asterisko, ne estas kontraŭdiro.

Mi rimarkigu ke en la kazo *1112* la distribuo de la voĉoj inter la eblaj alternativaj sinsekvoj montras ke plimulto de la voĉdonintoj opinias la duan problemon pli grava ol la unuan. Tio substrekas, ke la sinsekvo *CADB* (kun du kontraŭdiroj) estas pli bona ol *CDAB* kun nur unu. Ankaŭ en la kazo *1121* la dua problemo montriĝas la pli grava, kaj pro tio en ĉi tiu kazo la sinsekvo de la plej malmultaj kontraŭdiroj kredeble estas la plej bona. En la kazo *1222* ne estas evidenta pligraveco de unu el la problemoj; en ĉi tiu kazo la sinsekvo kun du kontraŭdiroj *CADB* ŝajnas pli bona ol tiu kun nur unu kontraŭdiro: *CDAB*. En neniu alia kazo ekzistas konflikto inter la du konsiderataj sinsekvoj: ili estas identaj. Kiel ni vidos, multe malpli bonaj estas la sekvontaj sinsekvoj.

3ᵉ. La sinsekvo, kiu rezultas, se ni eliminas en la maniero indikita por „parlamenta elekto". Ni daŭrigu tiun eliminadon ĝis restas nur unu. Tiu estas la unua de la sinsekvo. Ni forstreku tiun de sur la voĉdoniloj, kaj rekomencu la procedon de eliminado, ĝis ree restas unu, kiu estas la dua de la sinsekvo, k.t.p.

Ni vidas ke la rezulto estas tre malbona.

4ᵉ. La sinsekvo kiu rezultas el la jena procedo: Kiel lastan de la sinsekvo ni notu tiun, kiu kiel lasta sur la voĉdoniloj akiris plej multe da voĉoj. Ni forstreku tiun de sur la voĉdoniloj, kaj daŭrigu en la sama maniero. Ni vidas ke en la montritaj kazoj ĉi tiu sistemo kondukus al sufiĉe kontentiga rezultato. Tamen ĉi tiu sistemo facile kondukas al nedezirindaj rezultoj, kiel montras la jena ekzemplo: Estu tri kandidatoj: 35 voĉdoniloj montras la sinsekvon *ABC*, 25 *ACB*, 30 *BCA*, 10 *CBA*. A, kiu havas absolutan plimulton (60 %), ankaŭ havas la plej multajn voĉojn kiel lasta (40 %), kaj do, laŭ ĉi tiu lasta sistemo, estus la unua eliminoto, sekvus *C*, kaj restus *B*. Laŭ la sistemo de la plej malmultaj kontraŭdiroj rezultas la sinsekvo *ABC*, kiu evidente estas la (verŝajne) ĝusta.

5ᵉ. La sinsekvo kiun rezultigas laŭpeza kalkulado de la voĉoj, kiel supre indikita.

Ĉi tiuj rezultoj montras ke ĝenerale la kriterio de la plej malmultaj kontraŭdiroj estas la plej taŭga. Mi rekomendas ĝin por ĉiuj elektoj de estraranoj, kaj kiam oni devas decidi pri alternativaj politikoj.

La problemo de la adekvata reprezento.

Restas la demando, kiel akiri vere reprezentan parlamenton. Evidente la nun praktikataj metodoj ne taŭgas. Evidente eĉ ĉiu metodo kiu devigas elekti el inter pretaj kombinoj de starpunktoj, el pretaj, kom-

Kazo-tipo	1111	1112	1121	1211	1212	1221	1222	1311	1312	1321	1321	1322	1322	2111	2111	2121	2212	
a b c d e f g h	10 10 2 18 19 8 11 3	10 10 1 19 19 8 11 3	10 9 1 22 10 11 10 8	10 10 20 15 10 11 3 2	10 10 22 14 10 10 3 2	14 10 66 10 13 13 13 2	14 10 6 10 10 16 13 2	10 10 10 11 10 11 10 9	10 10 10 10 12 10 11 8	11 9 10 10 12 10 10 9	10 6 10 15 15 10 8 7	11 10 11 10 11 9 10 9	9 7 11 15 14 10 8 7	5 17 4 16 18 2 18 1	20 15 17 18 3 3 4 1	15 19 10 10 11 9 5 2	18 15 17 20 3 3 4 1	
11 12 21 22	40 41 47 34	40 41 47 34	42 39 40 41	55 26 41 40	56 25 40 41	40 41 50 31	40 41 50 31	41 40 41 40	40 41 42 39	40 41 42 39	41 40 41 40	42 39 42 39	42 39 40 41	42 39 42 39	70 11 41 40	54 27 54 27	70 11 39 42	
A B C D	6 40 34 - 41 7 - 34	6 40 34 - 41 7 - 34	40 1 2 41 - 39 39 -	41 15 14 40 - 26 26 -	40 15 16 41 - 25 25 -	9 40 31 - 41 10 - 31	9 40 31 - 41 10 - 31	1 41 40 - 40 - - 40	1 40 39 - 41 2 - 39	1 40 39 - 41 2 - 39	1 41 40 - 40 - - 40	2 41 40 1 39 - - 39	1 40 41 2 39 - - 39	3 42 39 - 39 - - 39	30 41 40 29 11 - - 11	54 27 - 27 - 27 27 -	28 39 42 31 11 - - 11	
	BCAD													ABCD			BACD	
A B C	20 31 30	20 31 30	19 33 29	20 38 23	20 39 22	24 29 28	24 29 28	20 31 30	20 31 30	20 30 31	16 33 32	21 31 29	16 34 31	22 38 21	35 39 7	34 25 22	33 41 7	27 27 27
11 12 21 22	51 30 50 31	51 30 50 31	52 29 48 33	58 23 43 38	59 22 42 39	53 28 52 29	53 28 52 29	51 30 50 31	51 30 50 31	50 31 51 30	49 32 48 33	52 29 50 31	50 31 47 34	60 21 43 38	74 7 42 39	59 22 56 25	74 7 40 41	54 27 54 27
A B C	41 40	41 40	43 38	48 33	49 32	43 38	43 38	41 40	41 40	41 40	43 38	42 39	43 38	42 39	41 40	54 27	39 42	
11 12 21 22	41 40 40 41	41 40 40 41	43 38 38 43	48 33 33 48	49 32 32 49	43 38 38 43	43 38 38 43	41 40 40 41	41 40 40 41	41 40 40 41	43 38 38 43	42 39 39 42	43 38 38 43	81 0 42 39	81 0 41 40	81 0 54 27	81 0 39 42	
(1) (2) (3)	CADB *CADB BCAD	CADB *CDAB BCDA	BADC BDAC BDAC	ABCD ABCD BACD	BADC BADC BADC	CADB *CADB BCAD	CADB *CDAB BCDA	A(BC)D *ABCD BDAC	CADB *CADB BDCA	CADB *CADB BACD	A(BC)D ABCD BACD	A(BCD) ABCD BADC	BADC BADC BADC	A(BC)D ABCD ABCD	ABCD ABCD ABCD	A(BC)D ACBD ACBD	BADC BADC BADC	
(4)	CADB	CADB	BDAC	ABDC	BADC	CADB	CADB	CDAB ACDB BDAC ABDC	CADB	CADB	ACDB BDAC	ABCD ABDC	BDAC	ACBD	ABCD ABDC	ACBD	BADC	
(5)	(AC)(BD)	CADB	DBCA	ABCD	ABCD	ACBD	ACBD	(AB)(CD)	ACBD	ACBD	BADC	ABCD	BADC	ABCD	BADC	ACBD	ABCD	

pletaj politikaj programoj, aŭ devigas vicigi tiajn programojn en sinsekvo de persona prefero, ne taŭgas. Kaj restas nur unu alternativo: ke oni voĉdonu por unu el pluraj starpunktoj en ĉiu unuopa problemo, pri kiu oni havas opinion, kaj ke el la disponeblaj kandidatoj oni konsistigu parlamenton tiamaniere, ke ĝi adekvate reprezentu sian elektintaron.

Ĉiu organizo aŭ grupo de organizoj kiu reprezentas difinitan starpunkton en iu pli malpli principa problemo havu la rajton nomi, ni diru, tri kandidatojn. Ĉiu kandidato decidu pri sia starpunkto en ĉiu el la aktualaj problemoj, t.e. li deklaru sin por, aŭ kontraŭ, aŭ indiferenta rilate al la unuopaj starpunktoj en la diversaj problemoj. Ilia por-eco validu nur, se la koncerna(j) organizo(j) akceptas ĝin, t.e. akceptas tian kandidaton kiel kunreprezentanton de la koncerna starpunkto. Se eble, la kandidaton kiel kunreprezentanton de la koncerna starpunkto. Se eble, la listo de kandidatoj informu pri ĉio ĉi tio, ekzemple tiel, ke post kolono en kiu troviĝas la nomoj de ĉiuj kandidatoj troviĝas kolonetoj, unu por ĉiu starpunkto, en kiuj + montras por-econ, — montras kontraŭecon, kaj 0 indiferentecon. La plus-signon anstataŭu tamen la literoj *a, b,* kaj *c* en la sinsekvo de la prefero de la kandidatiginta organizo, se temas pri la tri kandidatoj por la ĉefreprezentanteco por iu starpunkto. La voĉdonilo, de kiu faksimilo akompanu la liston de kandidatoj, aspektu ekzemple jene:

	Starpunktoj									Kandidatoj									
										a			b			c			
Problemoj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	1	2	3	1	2	3	Problemoj
A		●								●				●				●	A
B																			B
C				●							●		●					●	C
D	●											●	●				●		D
E																			E
F			●							●				●				●	F
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	1	2	3	1	2	3	

Voĉdonante en la problemo *C* por la starpunkto 4, oni stamptruu la lokon de kruciĝo de la horizontala vico *C* kun la vertikala kolono 4. Se rilate al la specialaj kandidatoj por ĉi tiu starpunkto la sinsekvo de mia prefero estas b a c, mi indikas tion stamptruante en la vico *C* sub *a* en la kolono 2, sub *b* en la kolono 1, kaj sub *c* en la kolono 3. La tuto okazu tiel, ke la voĉdoniloj povu esti rekte klasataj kaj kalkulataj per la maŝinoj kiuj ekzistas por tiaj celoj.

Oni tiel ekscias, do, kiom da voĉoj estas por ĉiu aparta starpunkto, kaj kiun ĉefan reprezentanton por iu starpunkto deziras la grupo de tiuj kiuj voĉdonis por tiu starpunkto,

Estu *m* problemoj, kun entute *n* difinitaj starpunktoj; la nombro de la voĉdonintoj estu *N*. Nun la entuta nombro de la voĉoj en la parlamento estu ankaŭ *N*. Estu N_i voĉdonintoj rilate al la problemo *i*, kaj N_{ij} voĉdonintoj por la starpunkto *j* en la problemo *i*. Nun oni povas decidi, ke la nombro de la voĉoj en la parlamento por tiu starpunkto estu N_{ij} aŭ ke ĝi estu pligranda por malpligrandigi la indiferentecon. Ekzemple oni tre bone povus difini, ke, se estas N_i voĉdonintoj rilate al la problemo *i*, la nombro de la voĉoj en la parlamento, anticipe difinitaj rilate al la problemo i, estu ne N_i, sed $\sqrt{(2NN_i - N_i^2)}$, kaj la nombro de la voĉoj por la starpunkto *j* ne N_{ij}, sed

$$(N_{ij}/N_i)\sqrt{(2NN_i - N_i^2)}.$$

— La funkcio de N_i $\sqrt{(2NN_i - N_i^2)}$ prezentas, inter $N_i = 0$ kaj $N_i = N$, kvaronon de cirklo. Por la limaj valoroj, la funkcio egalas al la argumento, sed intere ĝi estas pli granda. —

La trovendaj nekonatoj estas la nombroj da voĉoj kiujn havu la diversaj parlamentanoj. Ili estu x_1, x_2, x_3, ..., ĝenerala simbolo: x_h.

Estu en la parlamento por la starpunkto *j* M_j voĉoj. Ni do havas *n* ekvaciojn de la tipo $M_j = \Sigma\, x_{hj}$, en kiu ekvacio la dekstra membro prezentas la sumon de la voĉoj de tiuj parlamentanoj, kiuj estas por la starpunkto *j*. Kaj fine ni havas la ekvacion $N = \Sigma\, x_h$.

Entute ni do havas $n + 1$ unuagradajn ekvaciojn, kiuj estas solveblaj se ni havas $n + 1$ nekonatojn, t.e. $n + 1$ kandidatojn, unu por ĉiu el la starpunktoj, kaj ankoraŭ unu. Tamen en tia kazo la ŝanco estas tre granda ke por iuj parlamentanoj rezultas negativa nombro da voĉoj. Tio estas nepre evitenda.

Plej konvene evitebla estas tio, se la nombro de la parlamentanoj, *q*, estas iom atentinde pli granda ol $n + 1$. En tiu kazo, do, la nombro de la nekonatoj estas pli granda ol la nombro de la ekvacioj. Por ke ni povu solvi ilin, ni aldonas la kondiĉon ke la nombro de la voĉoj de ĉiu unuopa parlamentano kiel eble plej malmulte deviu de la meza nombro da voĉoj po parlamentano, N/q.

El niaj *q* nekonatoj ni povas, pro niaj $n + 1$ ekvacioj, elimini $n + 1$. Restas do $q - n - 1$ nekonatoj. Ĉiun el la originaj *q* nekonatoj ni povas esprimi kiel rektlinian funkcion de ĉi tiuj $q - n - 1$ restaj nekonatoj. Tiuj funkcioj estu $f_h(x_1, x_2, \ldots, x_{q-n-1})$. Por kontentigi la kondiĉon ke la nombro de la voĉoj de ĉiu unuopa parlamentano deviu kiel eble plej malmulte de la meznombro, se $F_h(x_1, x_2, \ldots, x_{q-n-1}) = f_h(x_1, x_2, \ldots, x_{q-n-1}) - N/q$, $(h = 1 \Sigma q)\{F_h(x_1, x_2, \ldots, x_{q-n-1})\}^2$ estu minimumo, kaj do ĉiu el la partaj derivaĵoj de ĉi tiu sumo laŭ x_1, x_2, k.t.p. ĝis inklude x_{q-n-1}, egalu al nulo:

$$d_p(h = 1 \textstyle\sum q)\{F_h(x_1, x_2, \ldots, x_{q-n-1})\}^2/d_p x_k = 0, \quad ^{1)}$$
$$k = 1, 2, \ldots, (q - n - 1).$$

Jen ni do havas $q - n - 1$ ekvaciojn unuagradajn kiuj ebligas trovi la $q - n - 1$ nekonatojn.

Konklude ni povas diri, ke, se la nombro de la parlamentanoj estas sufiĉe granda, adekvata reprezento de la elektintaro rilate al ekzistantaj principaj problemoj estas ebla. La procedoj de voĉdono kaj de prilaborado de la primara rezulto de la voĉdonado estas iom komplikaj. Sed la prezo de tiu plikomplikeco miaopinie ne estas tro alta por la rezulto: adekvata reprezento kaj por la individuaj voĉdonrajtuloj kontentigeco de la elekto, de la alternativoj. Se en la tempo inter du elektoj leviĝas iu grava problemo, kaj kelkfoje io tia povas ja okazi, la reprezenteco de la parlamento rilate al tiu problemo estas duba. Se la problemo estas akuta, oni devas decidi, kaj povas nur esperi, ke la decidon aprobas la plimulto de la popolo.

Jam oni preparas la elekton de mondparlamento. Laŭ la planoj ĝi konsistos el reprezentantoj de diversaj geografiaj regionoj. Kiuj havos la rajton kandidatiĝi, mi ne scias, nek la precizan manieron, laŭ kiu okazos la voĉdonado kaj la interpreto de ties rezulto. Sed antaŭvideble la tuta afero estos malbona farso. Por esti aplaŭdinda paŝo antaŭen, necesus, krom taŭgaj sistemo de kandidatigo, de voĉdonado kaj de interpretado de la voĉdon-rezulto, ankaŭ taŭga kaj ĉiuflanka pritrakto de la koncernaj problemoj kaj informado de la publiko en la tuta mondo. Okazas ja propagando por mondregistaro, sed oni ne pritraktas la problemon de la kompetenteco de tia mondregistaro. Kio pendas super niaj kapoj?

---

1) Mi uzas la simbolon d_p en la partaj derivaĵoj pro kompostaj malfacilaĵoj.

El la enhavo de la proksima numero:

La juĝproceso de Jesuo Kristo. — *R. Sakowicz.*

Mirinda kuracilo (penicilino). — *T. L. C. Bluett.*

Tritiko sur sablo. — trad. *T. L. C. Bluett.*

La konduto de l' bestoj. — *G. F. Makkink.*

Furfurolo kaj la nomado de parencaj kombinaĵoj. — *R. F. Jervis.*

1.2-Cikloheksandion-dioksimo, reakciilo por nikelo. — *W. C. Johnson* kaj *M. Simons,* trad. *R. J. Jervis.*
