SCIENCA REVUO de Internacia Scienca Asocio Esperantista (BEOGRAD, Jugoslavio)	El Vol. 21 n-ro 6(86) 5. 12. 1970.

LA REDUKTECO DE MALFIRME NELINEARAJ DIFERENCIALAJ EKVACIOJ EN BANAĤ — SPACO.

(B. M. Bogatyrev, Jar. O. Matvijiŝyn; Kiev, Sovetunio)

1. La studado de fizikaj sistemoj kun senlima nombro de la liberopotencoj reduktiĝas al esplorado de diferencialaj ekvacioj en Banaĥ-spaco. Kiel ni jam skribis en [I]. en Banaĥ-spaco estas tre malmulte evoluigita la teorio por redukti diferencialajn ekvaciojn kun variaj operatoraj al la ekvacioj kun konstantaj operatoraj koeficientoj. Estas konstruita primara reduktoteorio por linearaj diferencialaj ekvacioj kun periodaj kaj kvaziperiodaj koeficientoj en funkcia spaco [2]. [3]. [4].[5].

En ĉi-artikolo estos prezentataj rezultoj, kiuj daŭrigas studadon de la reduktoterio por nelinearaj ekvacioj, havantaj aspekton kiel en [I]. [6].

Supozante, ke la spektro de operatoro A troviĝas en maldekstra duonebeno kaj ke R estas ringo de linearaj limigitaj operatoroj, agantaj en iu kompleksa Banaĥ-spaco B, ni konsideru la diferencial-operatoran ekvacion

$$D_{\varphi}u(x, \varphi) + D_x u(x, \varphi)Ax - Au(x, \varphi) = F(x, \varphi), \qquad (1)$$

kie $u(x, \varphi)$ estas serĉata operator-funkcio de x, φ kun valoroj en B; D_{φ} estas derivato de dua argumento; D_x estas derivato de unua argumento:

$A \in R$; $\varphi = (\omega_1 t, \ldots, \omega_n t)$; $\omega_1, \ldots, \omega_n$ —

estas frekvenca bazo de $F(x, \varphi)$, kiu mem estas iu sufiĉe malgranda laŭ

normo de spaco B operator-funkcio kun valoroj en B, $-\infty < t < \infty$ **Ankaŭ, ke estu** $\lambda \in \sigma(A)$, **kie** σ**(A) estas la spektro de operatoro A kaj**

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Re}\lambda &< -\nu \quad (\nu > 0) \\ \operatorname{Re}\lambda &> -\mu \quad (\mu > \nu \geq 0) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Tiam, uzante la metodon de Krejn [2], ni facile ricevas la taksojn:

$$\left.\begin{aligned} \| e^{At} \| &\leq N e^{-\nu t} \\ \| e^{-At} \| &\leq N e^{\mu t} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Anstataŭigante en (2) x je la $e^{At}x$ kaj φ je la $\varphi_t = \varphi + \omega t$, ni venas al ekvacio

$$Du\,(e^{At}x,\ \varphi_t) = Au(e^{At}x,\ \varphi_t) + F(e^{At}x,\ \varphi_t). \tag{4}$$

La solvo de la ekvacio (4) ĉe $t = 0$ koincidas kun solvo de la ekvacio (I). Dum kondiĉo, ke integralo

$$\int_t^{\infty} e^{A(t-\tau)}\, F\,(e^{At}x,\ \varphi_t)\,d\tau \tag{5}$$

estas konverĝanta (ĉi-tie kaj poste la konverĝo estas komprenata laŭ normo de spaco B), solvo de la ekvacio (I) ĉe $t \geq 0$ povas esti prezentita laŭ sekvanta aspekto

$$u(x,\ \varphi) = -\int_0^{\infty} e^{-A\tau}\, F(e^{A\tau}x,\ \varphi_\tau)\,d\tau \tag{6}$$

El prezentitaj rezonadoj facile sekvas la konfirmo:

Lemo. Se perioda laŭ φ (kun periodo 2π) operator-funkcio $F(x, \varphi)$ estas analitika laŭ φ, x en domajno

$$|\operatorname{Jm}\varphi| \leq \varrho, \quad \|x\| \leq \eta, \tag{7}$$

kontentigante la rilaton

$$F(x, \varphi)\,|_{x=0} = D_x F(x, \varphi)\,|_{x=0} = 0 \tag{8}$$

kaj la spektro de operatoro A troviĝas en maldekstra duonebeno, kaj por ν, μ difinitaj per (2), realiĝas la kondiĉo:

$$\mu - 2\nu < 0 \tag{9}$$

tiam la ekvacio (I) havas periodan laŭ φ (kun periodo 2π) analitikan laŭ φ, x en domajno

$$| \mathrm{Jm}\ \varphi | \leq \varrho_1 , \ \| x \| \leq \eta_1 (\varrho_1 < \varrho ; \eta_1 < \eta) \tag{10}$$

limigitan solvon $u(x, \varphi)$, kiu kontentigas neegalecojn:

$$\| u (x, \varphi) \| \leq C_1 \| F (x, \varphi) \|$$
$$\| D_x u (x, \varphi) \| \leq C_2 \| D_x F(x,\varphi) \| \tag{11}$$

kaj rilaton:

$$u (x, \varphi) \Big|_{x=o} = D_x u(x, \varphi) \Big|_{x=o} = 0 \tag{12}$$

2. **Indukta teoremo.**

Uzante la pruvon de lemo, ni provu montri ĝeneralan transiron (paŝon de iteracia proceso, kun helpo de kiu estos prezentita la redukteco de ekvacio

$$\frac{dx}{dt} = Ax + F (x, \varphi), \frac{d\varphi}{dt} = \omega \tag{2. 1}$$

kie $x = x(t)$ estas serĉata abstrakta funkcio kun valoroj en B.

Prenante

$$x = y + u (y, \varphi), \tag{2. 2}$$

kie $u(y, \varphi)$ estas solvo de diferencial-operatora ekvacio (I) ni ŝanĝu la variantojn en (2.1) kaj konsiderante (I) ni ricevos

$$\frac{dy}{dt} = Ay + F_1 (y, \varphi), \frac{d\varphi}{dt} = \omega, \tag{2. 3}$$

kie

$$F_1 (y, \varphi) = \left(1 + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^{-1} \Big[F (y + u, \varphi) - F (y, \varphi) \Big] .$$

Kun helpo de analogo al Koŝi-neegaleco por analitikaj vektoraj funkcioj de vektoroj (vidu ekz. [7] ni venas al la

Teoremo I. Se en ekvacio (2.1) la operator-funkcio $F(x, \varphi)$ kun valoroj en B difinita kaj analitika estas en domajno G:

$$\| x \| \leq \eta, \ | \mathrm{Jm}\ \varphi | \leq \varrho \tag{2. 4}$$

kaj perioda laŭ $\varphi = (\varphi_1 , \ldots , \varphi_n)$ kun periodo 2π kontentigante la rilaton

$$F (x, \varphi) \Big|_{x=o} = D_x F (x, \varphi) \Big|_{x=o} = 0 \tag{2. 5}$$

kaj la neegalecon

$$\| F(x, \varphi) \| \leq M_1 \tag{2. 6}$$

kaj por υ, μ difinitaj el (2). planumiĝos la kondiĉo (9). — tiam por sufiĉe malgranda M_1 troviĝos la transformo kiel (2. 2) kun perioda (2π) operator-funkcio $u(y, \varphi)$ kaj analitika laŭ y, φ en domajno

$$\| y \| \leq \eta_1, \; |J^m \varphi| \leq \varrho_1, \tag{7 2}$$

kontentiganta la kondiĉon:

$$D_y \, u(y, \varphi) \Big|_{Y=O} = u(y, \varphi) \Big|_{Y=O} = 0 \tag{2. 8}$$

kaj tia ĝi estas, ke la ekvacio (2. I) prenas la aspekton:

$$\frac{dy}{dt} = Ay + F_1(y, \varphi), \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega, \tag{2. 9}$$

kie $F_1(y\,\varphi)$ estas 2π-perioda laŭ φ oeprator-funkcio kun valoroj en B, kontentiganta la neegalecon

$$\| F_1(y, \varphi) \| \leq M_2 \tag{2 10}$$

kaj la rilaton

$$F_1(y, \varphi) \Big|_{Y=O} = D_y F_1(y, \varphi) \Big|_{Y=O} = 0 \tag{2. 11}$$

La konstantoj M_1, η, φ, kaj M_2, η_1, φ_1 estas kunligitaj laŭ

$$M_Z = M_1^K, \; \eta_1 = \eta - \eta', \; \varrho_1 = \varrho - \varrho' \qquad (\eta > \eta' > o;\; \varrho > \varrho' > o;\; 1 < K < 2). \tag{2. 12}$$

3. La teoremo pri la redukteco.

La teoremo I donas eblecon fari la ŝanĝojn kiel (2. 2) senlimigite. Dume ĉe ĉiu iteracio ni observas la mallarĝigon de analitikdomajno por dekstraj partoj de la ekvacioj. Sinsekve ni elektu η' kaj φ' tiamaniere, ke la mallarĝigo de analitikdomajno laŭ x kaj φ ne superigu $\eta/2$ kaj $\varrho/2$. Tiam, uzante la kutiman iteracian proceson kun plirapidigita konverĝo, surbaze de lemo kaj teoremo I, ni venas al fina rezulto:

Teoremo 2. Se dekstra parto de diferenciala ekvacio (2. I) kontentigas la kondiĉojn de la teoremo I ĉe sufiĉe malgranda M_1 tiam troviĝos ambaŭdirekte analitika en domajno

$$\| x \| \leq \frac{\eta}{2}\; ; \; |J_m \varphi| \leq \frac{\delta}{2}$$

limigita transformo kun 2π-periodo laŭ φ kaj tia, ke la ekvacio (2. I) reduktiĝas al aspekto:

$$\frac{dx}{dt} = Ax\ , \quad \frac{du}{dt} = \omega\ ,$$

kie

$$x = x\,(t) \in B\ , \quad A \in R$$

CITITA LITERATURO:

I. Iur. O. Mytropolskyj, B. M. Bogatyrev, Jar. O. Matvijišyn, — „Scienca revuo", 20, n-ro 1, 1969.

2. М. Г. Крейн. Лекции по теории устойчивости, Киев, 1964.

3. Б. М. Богатырев, — „Украинский математический журнал", 4, 1968.

4. Б. М. Богатырев, — „Труды 4 конференций молодых математиков Украины", 1968.

5. Б. М. Богатырев, — „Труды семинара по математической физике", Киев, 1968.

6. О. Б. Лыкова, Б. М. Богатырев, — „Украинский математ. журнал", 5 1968

7. Functional analysis and semi-groups, American Mathematical society colloquium publications, vol. XXXI, 1957.