

kontrolo de varm-laminateja produkto. Por ekspluati ĉiun eblon de la kvalita kontrolo de laminatejaj produktoj, estas bezonata plia disvastiĝo de ekzamenoj faronte grandskalajn eksperimentojn, sed samtempe estas bezonata ankaŭ plievoluigo de ultrason-instrumentoj.

La referencita literaturo:

1. **Krautkrämer, J. u. K.:** Werkstoffprüfung mit Ultraschall. Berlin, 1961.
2. **Emmerich, R.:** Ultradźwiękowe badania kesisk płaskich przy wyciśnieniu sondy rolkowej. Hutnik, p. 308-309, 1960.
3. **Kopineck, H. J., Krächter, H., Rauterkus, W.:** Ultraschallprüfung von Erzeugnissen der Eisen schaffenden Industrie in der laufenden Fertigung. St. u. E. p. 786.797, 79/1959.
4. **Harris, J. G., Crowther, J.:** The use of ultrasonic testing for the control of quality in the manufacture of aluminium alloys and other non-ferrous materials. The Journal of the Institute of Metals, p. 193-206, 1958.
5. Poring Practice Changes Evaluated Ultrasonically. Steel, p. 134-136, 1960.
6. **Bresson:** Utilisation pratique de controle par ultra-sons dans une usine productrice de demi-produits d'alliages légers. Memoires Scientifiques de la Revue de Metallurgie, p. 81-90, 1959.
7. **Trommler, H.:** Moderne Ultraschallgeräte und Verfahren zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Die Technik, p. 562-569, 1961.
8. **Ranklin, A.:** Autosonics-Problems and experiences in automatic production testing. Materialprüfung, p. 421-428, 1960.
9. **Osterkamp, W. J., Proper, J., Teres, M. C.:** X-Ray Inspection of hot Steel Billets During Rolling. Metallurgia, p. 257-260, 1960.
10. **Krautkrämer, J. u. H.:** Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mit Ultraschall. Impuls-Schall-Gerät. USIP/9.
11. **Tabin, J.:** A. Lengyel Népköztársaságban kidolgozott lemezgyártás berendezés ismertetése. I. Anyagvizsgáló Kongresszus. Budapest 1960.
12. **Dr. Tarnóczy, Tamás:** Ultrahangok. Budapest 1963.
13. **Tar, József:** Ladblok-kaj lad-ekzamenoj per ultrasono en Danuba Feruzino (Hungario). Kemia Internacia, vol. 2-a, n-ro 1. Montevideo 1966.

Esperantigis: Stefano BENCSIK kaj Norbert GAL.

SCIENCA REVUO, eldono de Internacia Scienca Asocio
Esperantista, Vol. 16. n-ro 3/4 (1965)

371.3 : 51.001.7

MODERNIZADO DE LA INSTRUADO PRI MATEMATIKO

(Miloš JELINEK, Praha, Ĉeĥoslovakio)

En la tria numero de la jarkolekto 1962. de la gazeto: »Progreso de matematiko, fiziko kaj astronomio« raportis prof. Alois Urban pri la prelego de prof. E. Stiefel el la politeknika altlernejo en Zürich, kiun li estis farinta en certa okazo en germana asocio por aplikita matematiko kaj mekaniko. La prelego havis karakterizan titolon: »Krizo en la instruado pri matematiko«. Preskaŭ samtempe kiel la citita numero de »Progreso« mi povis enrigardi la broŝuron de usona asocio de instruistoj por matematiko (National Council of Teachers of Mathematics) kun titolo: »The Revolution in school mathematics« (Revolucio en lerneja matematiko).

Plenrajte do ni povas demandi: kio propre okazas en la instruado pri matematiko? Ĉu tio estas krizo, ĉu revolucio? Kaj ĉu nepre estas necesaj iaj grandaj ŝanĝoj en la instruado pri matematiko? La respondoj al tiuj ĉi demandoj ne estas facilaj. Ni strebos en pluraj artikoloj analizi la samtempan situacion en la instruado pri matematiko en la mondo kaj fari plurajn konkludojn por niaj lernejoj.

Ĝenerale oni nun konfesas, ke ni staras ĉe komenco de sciencoteknika revolucio, kies finojn oni dume ne scias vidatingi. Sed ni antaŭopinionas la grandegan signifon de aperaĵoj, kiaj estas liberigado de la nuklea energio, aŭtomatizado de la fabrikado, cibernetiko, matematikaj maŝinoj, kosmaj aviadiloj kaj simile. Dum tio ni estas konsciigontaj pri

la diferenco, kiu estas inter tiu sciencoteknika revolucio kaj teknikaj revolucioj de la pasintaj jarcentoj kaŭzita de aperoj, kiaj estis ekzemple la invento de vapora maŝino kaj produktado kaj eluzado de la elektra energio. Tiam spertoj, eksperimentoj antaŭiris la teorion. Pli frue estis Watt kaj nur poste Carnot, Joule, Clausius, same kiel pli frue laboris Galvani, Volte, Ohm, Faraday kaj nur poste Maxwell kaj Hertz. Nun male ofte la teorio antaŭiras spertojn, la scienco antaŭiras teknikon, aŭ almenaŭ la problemoj estas solvataj samtempe kun la tekniko.

Nun ne estas plu eble plenumi esploradon tiel, kiel priskribas ĝin direktoro de unu granda aŭtomobila fabriko. Se oni estis fabriko ekzemple pli bonajn piŝtajn ringetojn, la esploro ordonis fabriki plurajn centojn da ringoj de diversaj kvalitoj, el diversaj materialoj kaj diverse prilaboritaj. La ringetoj estis sinsekve metataj en la motoron kaj oni ekzamenis, kiu plej bone pruvos sian kapablon. Tia esplorado estas sen spertoj, sen teorio. Tiamaniere oni ekzemple ne povas konstrui novan ĵetaviadilon aŭ kondukeblan raketon.

La granda evoluo de teoriaj natursciencaj disciplinoj estas ebliĝita antaŭ ĉio pro la granda evoluo de matematiko. Sekve de tio la socio postulas, ke ĉiam pli granda nombro da junaj homoj atingu pli profundajn kaj pli vastajn matematikajn konojn. En socialismaj landoj, ĉefe en Sovetunio, konstruante la materialteknikan bazon de socialismo kaj komunismo oni kun sama strebado certigas eĉ plialtigajn nombrojn da sciencaj kaj teknikaj laborantoj. En nia lando ekzemple ĝis 1970. la nombro de studantoj de altaj lernejoj estas plialtigenda kompare al la nuntempa stato preskaŭ trioble kaj la nombro de studantoj de mezaj ĝenerale klerigaj lernejoj duoble. Krome la plimulto de studantoj estas kondukenda al studadoj natursciencaj kaj teknika, matematike precipe pretenda.

Ke temas pri fenomeno laŭleĝe sekvanta la evoluon de la teknika civilizado, oni ekkonas laŭ tio, ke analogiaj streboj plikvalitigi la instruadon pri matematiko oni vidas eĉ en okcidentaj kapitalismaj ŝtatoj. La politikistoj kaj ekonomoj de tiuj landoj, kies ĉefaj zorgoj estas unuavice problemoj politikaj, militistaj kaj ekonomiaj, vole nevole komencis baldaŭ kalkuli, kiom da sciencaj kaj teknikaj laborantoj ili havas, ili komencis aprezi ilian scinivelon kaj sekve de tio aprezi eĉ la nivelon de altaj, mezaj kaj bazaj lernejoj.

Ekzistas diversaj manieroj, per kiuj la sciencaj kaj lernejoj laborantoj strebas plibonigi kaj pliefektivigi la instruadon pri matematiko. Oni povas dividi ilin je tri ĉefaj grupoj:

a) Modernizado de la enhavo kaj koncepto de lerneja matematiko

b) Modernizado de la instrumentoj, ĉefe programado de la instrutemoj kaj instrumaŝinoj.

c) Plikvalitigo de la tradicia instrumaniero.

En tiu ĉi artikolo ni okupos nin pri la unua maniero, nome pri modernizado.

Kial modernizi? — La matematiko kiel scienco trairis en lastaj 60 jaroj rapidan evoluon. La sciencaj laborantoj atentigas, ke dum tiu ĉi tempo oni kreis en matematiko pli multe ol eble en la tuta antaŭa historio. Disvolviĝas multaj novaj disciplinoj, kiel ekzemple teorio pri lineara programado, teorio de ludoj, moderna algebro, teorio de grupoj, topologio, teorio de mezuro, funkcia analizo ktp. Ankaŭ la tielnomataj klasikaj disciplinoj trairas profundajn ŝanĝojn. Oni konstatastion ekzemple en matematika analizo, en teorio de diferencialaj ekvacioj, en teorio de probableco kaj en statistiko. Ĉiuj ĉi matematikaj fakoj atingas grandan gradon de abstraktigado kaj ĝeneralizado, uzas komplikitan simbolaron kaj solvas tre komplikitajn problemojn.

Pro ĉiama ĝeneralizado aperas tielnomataj matematikaj strukturoj, nome tre abstraktaj konstruoj de ideoj kaj teoremoj, kiuj vidigas la faktan substancon de la matematikaj laŭleĝecoj. Oni precizigas la bazajn matematikajn ideojn kaj tial ankaŭ la tutan matematikan pensadon, al kio mallarĝe rilatas la disvolvo de matematika logiko.

Dum matematiko kiel scienco rapide evoluis, la lerneja matematiko persistas je sia tradicia enhavo kaj en sia tradicia koncepto. Tial estas okulfrapa diferenco inter la matematiko, kiel ĝi tradicie estas instruata en la meza lernejo, kaj inter la matematiko, kiu estas uzata en la samtempa scienco kaj teknika praktiko. Tiun ĉi konflikton oni strebas forigi aŭ almenaŭ malpliigi per tielnomata modernizado de instruplanoj, lernolibroj kaj instrumentoj.

Proponoj kaj provoj en tiu ĉi direkto estas diversaj, sed plejparte ili konformas en kelkaj karakterizaj trajtoj. Ni pritraktu plurajn el ili.

Unuigo de diversaj partoj de matematiko. Oni disvolvas grandan strebadon prezenti matematikon kiel tuton kaj ne kiel plurajn memstarajn tutojn malmulte rilatantaj unu al alia, kiel okazis ĝis nun. Ekzemple la Belgoj demonstras tiun ĉi unuigon de matematiko ankaŭ formale uzante la nomon: la mathématique — anstataŭ pli frua: les mathématiques. Oni serĉas kaj akcentigas unuigantajn ĉefajn ideojn,

kiaj estas ekzemple ideoj de multaĵo, de vektoro, de funkcio, kalkulaĵoj operacioj kaj ties ecoj kaj simile, por ke tiel la materialo de aritmetiko, algebro, geometrio, trigonometrio formu unuecan matametikan konstruaĵon starantan sur unuecaj bazoj kaj por ke oni povu pli facile »transporti« konojn el unu konsistaĵo de lerneja matematiko en alian kaj eluzi ilin.

Teorio de multaĵoj. La gravan taskon havas dum tio la enkonduko en la teorion pri multaĵoj kun koncerna simbolaro. Oni ekkonas, ke multaĵo estas simpla, baza matematika koncepto, pli facile, konkretegebla kaj tial pli komprenebla al lernantoj ol ekzemple kelkaj ideoj de elementa aritmetiko. Tial oni povas komenci per ĝi jam en la baza lernejo. Prof. A. J. Markuŝevič rimarkas, ke infano, kiu venas en bazan lernejon, alportas jam el sia hejmo spertojn pri la multaĵo. Ĝi scias, kio estas familio, kio estas ano de familio, aparteneco al familio kaj simile. La ideo estas en la pli altaj klasoj senĉese disvolvata kaj la lernanto laŭmetode konatiĝas kun ideoj: multaĵo, elemento de multaĵo, apartenas al..., alvicigo de elementoj de du multaĵoj, potenco de la multaĵo, kardinala numero, pli granda, malpli granda, unuigo, trapetnetro, malplena multaĵo ktp. Por tio oni enkondukas koncernen simbolaron.

Ĉiuj ĉi ideoj estas uzablaj en la aritmetiko kaj geometrio ne nur por simpligi la esprimadon, sed ankaŭ por konkretigi kaj kompreni diversajn operaciojn kaj rilatojn.

Logika konstruaĵo de matematiko. La lernantoj konscie konatigas sin kun bazaj konceptoj, kiuj ne estas difinitaj, kiaj estas ekzemple punkto, rekta linio, plataĵo, ili ekkonas la signifon de aksiomoj, taŭgecon de elekto de ties sistemo kaj helpe de difinoj kaj deduktaj konkludoj ili konstruas la logikan konstruadon de matematiko.

La ideo de la laŭmetoda prezentado de aksiomteorio konsistas en tio, ke la lernantoj esploras vicon da modelaĵoj kaj ili mem abstraktigas el ili ties komunan kernon — nome la koncernen matematikan strukturon. Do ne de abstrakta teorio al interpretadoj, sed male de konkretaj modelaĵoj al abstrakta teorio, tute laŭ principoj de marksisma teorio pri ekkonado.

Grandan atenton oni dediĉas al operacioj kaj rilatoj kaj ties kvalitoj.

Ekzemple la lernantoj ekkonas la komutativecon (ŝanĝeblecon) en adicio kaj multipliko:

$$a + b = b + a \quad a \cdot b = b \cdot a$$

Oni do enkondukas funkciaĵon por kalkuloperacio, ekzemple $\&$,

kio estas analogio de funkciaĵo por numeroj, ekzemple $a, b, x \dots$ kaj oni esploras, kia estas la sfero de tiu ĉi nova multaĵo:

$$a \& b = b \& a$$

La multaĵo dume konsistas el du elementoj: $\& = (+ \cdot)$, el simboloj por adicio kaj multipliko.

La lernanto nun observas, kiuj operacioj estas komutativaj kaj kiuj ne. Tiom pli bone li ekkomprenos la signifon de la komutativeco.

Alia tiaspeca kazo aperas ekzemple, se oni esploras la transitivajn rilatojn. La lernanto ekkonas en diversaj partoj de matematiko, ke validas sekvaj rilatoj:

$$\text{Se estas: } a = b, b = c, \text{ do: } a = c$$

$$\text{Se estas: } a < b, b < c, \text{ do: } a < c$$

$$\text{Se estas: } \Delta_1 \cong \Delta_2, \Delta_2 \cong \Delta_3, \text{ do: } \Delta_1 \cong \Delta_3$$

$$\text{Se estas: } \Delta_1 \sim \Delta_2, \Delta_2 \sim \Delta_3, \text{ do: } \Delta_1 \sim \Delta_3$$

Oni do enkondukas funkciaĵon por tiu ĉi rilato kaj la lernanto skribas:

$$\text{Se estas: } a R b, b R c, \text{ do: } a R c.$$

La lernanto esploras, kiuj rilatoj estas transitivaj kaj kiuj ne kaj la multaĵo da transitivaj rilatoj plivastiĝas sinsekve:

$$R = \{=, <, >, \cong, \sim, \dots\}$$

La modernistoj estas konvinkitaj, ke per tiu ĉi pli abstrakta maniero de la studado la lernantoj pli bone komprenas la ĝeneralajn leĝecojn de la matematika konstruo.

Terminologio. En eksperimentaj lernolibroj de tiu ĉi direkto oni dediĉas grandan zorgon al la pliprofundigo kaj pliprecizigo de konceptoj kaj tial ankaŭ al la terminologio kaj frazeologio. Oni forigas malnecesajn terminojn, oni klarigas bazajn konceptojn. En unu eksperimenta lernolibro destinita eble por nia sesa klaso oni enkondukas kaj klarigas detale la konceptojn, kiel ekzemple: »inter«, »apartenas al«, »pli granda«, »egalas«, »inversa operacio« ktp.

Konsekvence oni diferencigas konceptojn: absciso kaj grandeco de absciso, angulo kaj grandeco de angulo, ja eĉ helpe de specialaj simboloj. Specialaj simboloj estas ankaŭ por rekta linio, absciso, duonradio:

$$\overleftrightarrow{AB} \quad \overline{AB} \quad \overrightarrow{AB}$$

Oni kondukas la lernantojn tuj ekde komenco al tio, ke ili diferencigu inter koncepto, ekzemple numero, kaj simbolo, per kiu oni tiun ĉi koncepton registras. Ekzemple la koncepto de la numero 13 esprimas potencon de certa klaso de multaĵoj, sed la registro aŭ simbolo de tiu ĉi koncepto povas esti diversa, ekzemple:

13 en decimala sistemo, XIII, $\sqrt{169}$, 20—7,
1101 en duopa sistemo ktp.

Se du diversaj simboloj esprimas du diversajn konceptojn, oni uzas la simbolon de malegaleco aŭ la simbolojn de pligrandeco, malpligrandeco, ekzemple:

$$2 \cdot 8 \neq 3 + 7 \text{ aŭ } 2 \cdot 8 > 3 + 7$$

Montru en ekzemploj, kiajn sekvojn havas tiu ĉi konceptado ekzemple en la geometrio. Ni havas kvadraton ABCD (bildo 1). Pri du najbaraj lateroj ni povas skribi laŭ niaj kutimoj:

$$AB \perp BC \quad AB = BC$$

Tiuj ĉi du rilatoj estas laŭ la supra eksplikado en konflikto. La registro unua koncernas abscisojn kaj estas ĝusta. La ekvacio koncernas la grandecojn de abscisoj kaj estas malĝusta registrita tiamaniere, ĉar la simboloj AB kaj BC esprimas 2 diversajn abscisojn. La rilato estas ĝusta nur por grandecoj de abscisoj, kion oni proponas registri:

$$g(AB) = g(BC),$$

ambaŭ grandecoj estas indikitaj ekzemple en centimetroj.

Matematika lingvo. Oni forte akcentigas la matematikan lingvon, la matematikan simbolaron. Oni agnoskas ties grandan gravecon, kiu estas substancia en la solvado de diversaj matematikaj problemoj. Oni montras al la lernantoj ekzemple uzinte malnovajn registrojn de numeroj (egiptia, babilonia), ke la solvado de taskoj estas tre malfacila, ĝis ne estis enkondukita simpla simbolaro. Tial ekzemple ĉe Grekoj ne povis evolui algebro sen konvena simbolaro.

La matematika lingvo estas komparata al la gramatiko de la instruata gepatra lingvo kaj oni trovas multajn konformajn punktojn. Oni do kreas kunlaboron inter la gramatiko de la gepatra lingvo kaj la matematika lingvo. Same kiel oni diferencigas en la gramatiko diversajn vortospecojn, ekzemple substantivojn, pronomojn, verbojn ktp., oni diferencigas en la matematika lingvo tri vortospecojn:

a) »Matematikaj individuoj« kiuj estas analogioj de substantivoj, ekzemple numero, multajo, punkto, triangulo kaj kiujn oni signas per simboloj: 0, 1, x, A ktp.

b) Rilataĵoj, kiuj estas analogioj de verboj, ekzemple: egalas, pli granda, malpli granda, konformas, analogias, estas elemento de... ktp. kaj kiujn ni signas per simboloj: =, >, <, ≈, ~, ∩, ktp.

c) Operacioj kaj funkcioj, kiuj estas ekzemple signataj per simboloj: +, —, ·, /, sin, f ktp. Uzado de simboloj + kaj — ĉe numeroj, ekzemple +3, —2, estas opiniata malkonvena, ĉar ĝi malfaciligas la komprenon de lernantoj. Estus la simbolo +3 neuzenda kaj simbolon —2 legi kiel simbolon por numero mala al numero 2.

Ciuj tri specoj de simboloj aperas en du kategorioj, kiel konstantoj, ekzemple: 3, π , c, <, + kaj kiel funkciaĵoj, ekzemple numero a, punkto X, operacia simbolo por komutativeco & (kiun oni klarigis pli supre), rilataĵa simbolo por transitiveco R kaj simile.

Ni atentu, ke oni nepre ne uzas terminon, »numero signita per litero« aŭ »litero en signifo de numero«. La termino »funkciaĵo« estas opiniata metode malkonvena kaj uzata nur pro tradiciaj kaŭzoj. Ties origina signifo ŝanĝiĝas. Funkciaĵo en tiu ĉi signifo estas multajo de pluraj aĵoj. Ie oni rekomendas terminon »funkciaĵo« anstataŭi per termino »argumento«.

La parentezoj ne estas vicigataj en nomitaj tri specoj de simboloj. Ili havas alian signifon. Ilia funkcio estas grupigi esprimojn en frazoj eble tiel, kiel la komo grupigas vortojn en propoziciaroj. Ni observu ekzemple jenajn frazojn:

Liberigi ne puni: Liberigi, ne puni: Liberigi ne, puni.

La senco de la unua frazo estas nepreciza, ĝis oni ne enmetas komojn en la frazon, same kiel estas nepreciza la esprimo:

$$2 + 3 \cdot 4, \text{ ĝis ni ne scias, ĉu ĝi signifas: } (2 + 3) \cdot 4 \text{ aŭ } 2 + (3 \cdot 4).$$

Numeraj sistemoj. Por ke la lernantoj pli bone komprenu la decimalan sistemon, ili konatiĝas ankaŭ kun numeraj sistemoj sur aliaj bazoj. En kelkaj eksperimentoj tio okazas jam en la unuagrada lernejo. La lernantoj ricevas simplajn helpilojn, ekzemple kubojn, stangetojn, tabuletojn kaj kestojn, konstruitajn tiel, ke 4 kuboformas unu stangeton, 4 stangetoj formas unu tabuleton kaj el 4 tabuletoj estas kunmetita unu kesto (bildo 2). La lernantoj ricevas multajon da objektoj kaj estas taskitaj esprimi la nombron da objektoj helpe de kuboformoj, stangetoj, tabuletoj kaj kestoj. La registro aspektas ekzemple jene:

K	t	s	k
0	2	3	1

Tiamaniere la nombro de objektoj estas esprimita per simbolo 231 sur la bazo 4. La lernantoj tiel per ludo ellernas praktiki ĉiujn 4 kalkuloperaciojn sur diversaj bazoj.

Kalkulaj operacioj kaj ties ecoj. La bazaj kalkulaj operacioj estas adicio kaj multipliko. La subtraho kaj divido estas enkondukataj kiel inversaj operacioj. La instrumaterialo estas instruata konscie helpe de bazaj ecoj. Malpli multe oni uzas analogion, ĉar rezonoj surbaze de la analogio povas foje konduki al eraraj konkludoj. Ekzemple la esprimo $2x + 3x$ estas simpligita helpe de distribua lego:

$$2x + 3x = (2 + 3)x = 5x$$

kaj oni ne uzas analogion $2 \text{ pomoj} + 3 \text{ pomoj} = 5 \text{ pomoj}$, ĉar laŭ tiu ĉi rezono la lernanto ekzemple ne kapablos simpligi:

$$3a + 3b \text{ (li estas adicianta pomojn kaj pirojn) aŭ } 3a \cdot 2b$$

La lernanto estas scionta ĉiam dum adaptado, kio okazas kun numeroj kaj ne kun simboloj. Do ekzemple la lernanto kalkulas

$$\frac{7+5}{7+7} = \frac{5}{7} \text{ kio estas malbona kaj } \frac{7 \cdot 5}{7 \cdot 7} = \frac{5}{7} \text{ kio estas ĝusta.}$$

La lernanto en ambaŭ kazoj kalkulis helpe de analogio sen konsciigi, ke en la unua nombro li subtrahis de numeratoro kaj denominatoro la saman numeron, en la alia kazo li dividis numeratoron kaj denominatoron per la sama numero diferenca de nulo.

Grafika bildado. La eksperimentaj lernolibroj estas riĉe ilustritaj per grafikaĵoj kaj diversa grafika bildado.

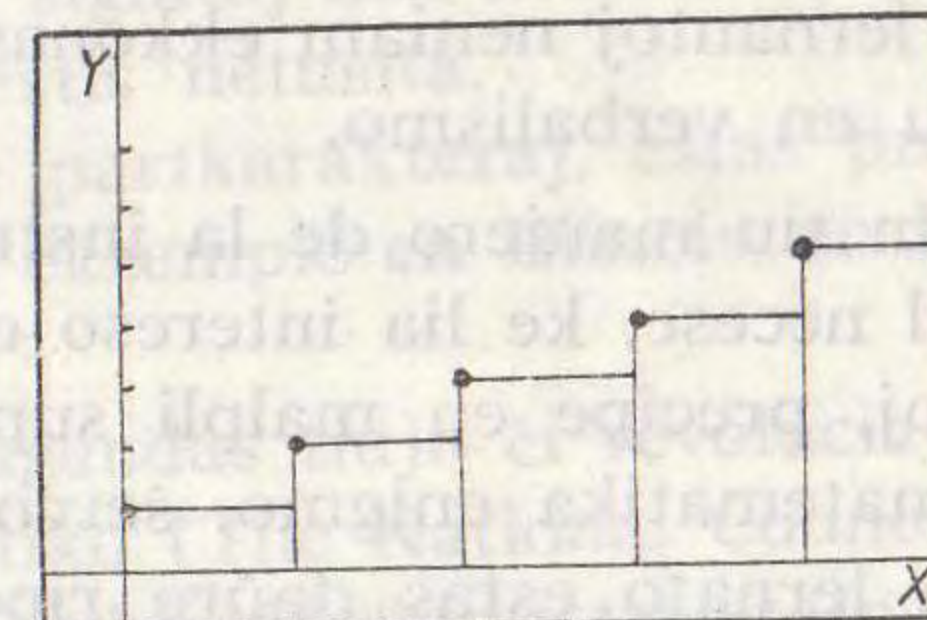
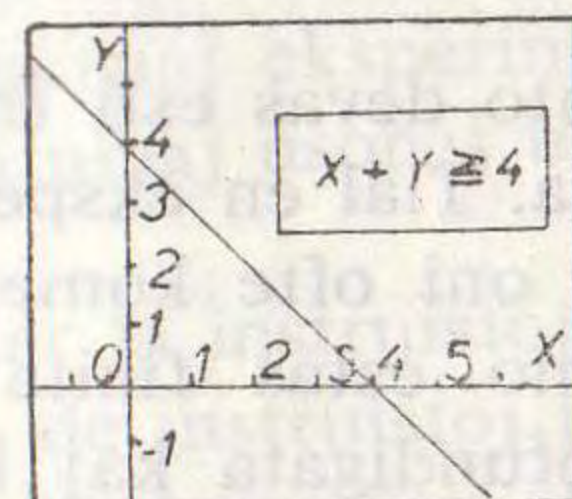
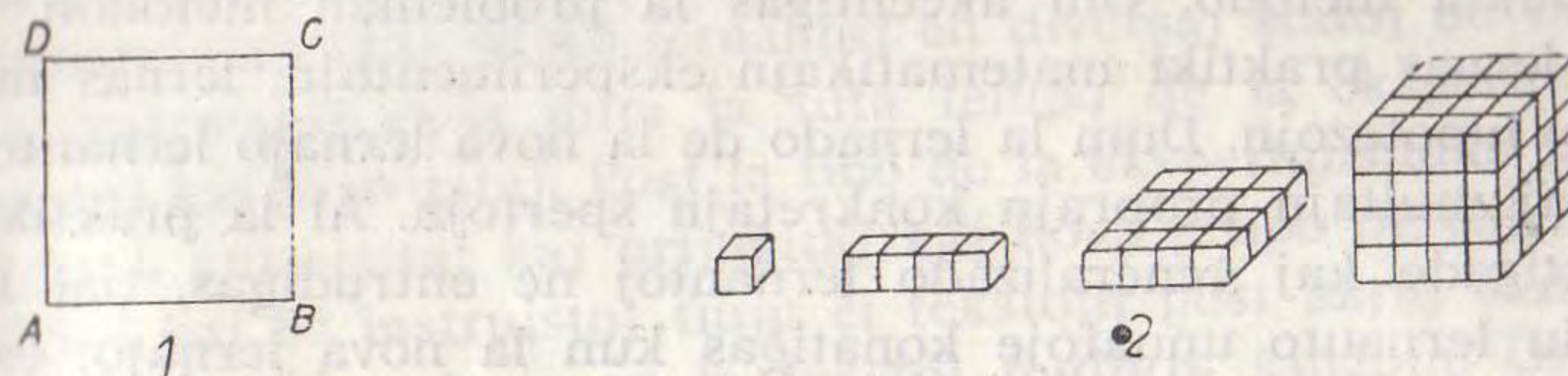
Pro la ofta uzado de grafikaĵoj kaj bildoj en la lernolibroj temas fakte pri la geometriizado de aritmetiko kaj algebro, kio igas tiujn ambaŭ partojn pli demonstraĵoj, pli konkretaj kaj tial eĉ pli kompreneblaj al la pliparto de lernantoj, ĉar sendube la plimulto de homoj havas memoron de vidmemoriga tipo. Krom grafikaĵoj, kiujn ni uzas eĉ en niaj lernolibroj, aperas eĉ pli komplikitaj formoj de grafikaĵoj, ekzemple grafikaĵoj nekunligitaj kaj punktaj (bildo 4 kaj 5). Grafikaĵojn oni uzas eĉ por bildi malekvaciojn (bildo 3) kaj por solvi ilin, vidu ekzemple la taskon el la bildo 6. Trapenetro de duonplataĵoj $x - y < 4$ kaj $x + y > 2$ sen surlimaj linioj estas solvado de nomitaj malekvacioj.

La grafikaĵoj por solvado estas komplikataj ankoraŭ per tio, ke oni postulas ekzemple la solvadojn por entjeraj numeroj. Do ekzemple, se validas por ĉiu entjera x malekvacioj: $-7 < y < -2$, kie y estas entjera numero, ili estas bilditaj sur la bildo 7.

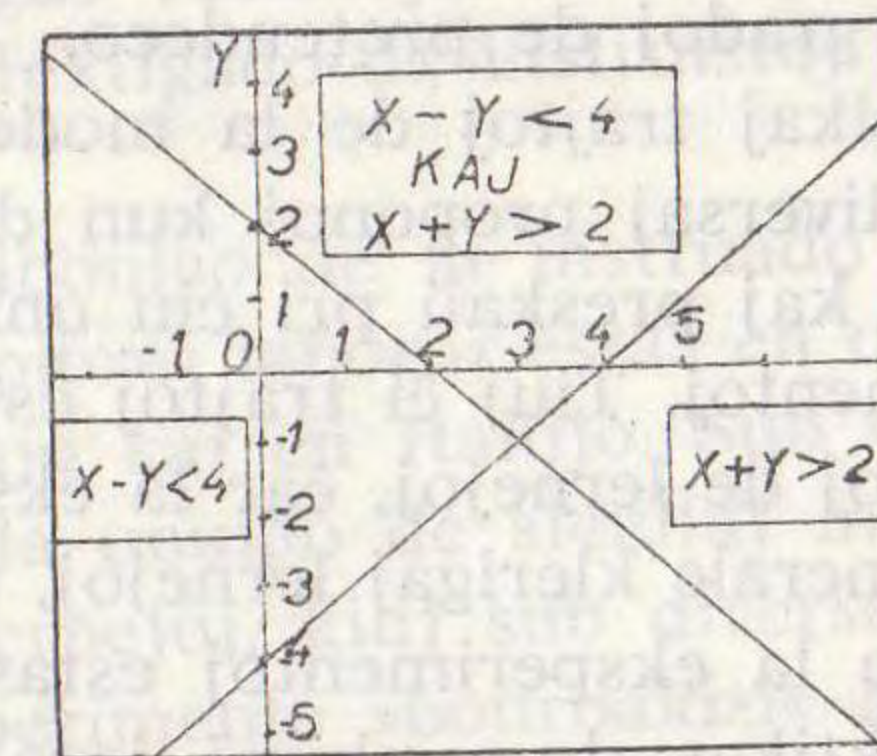
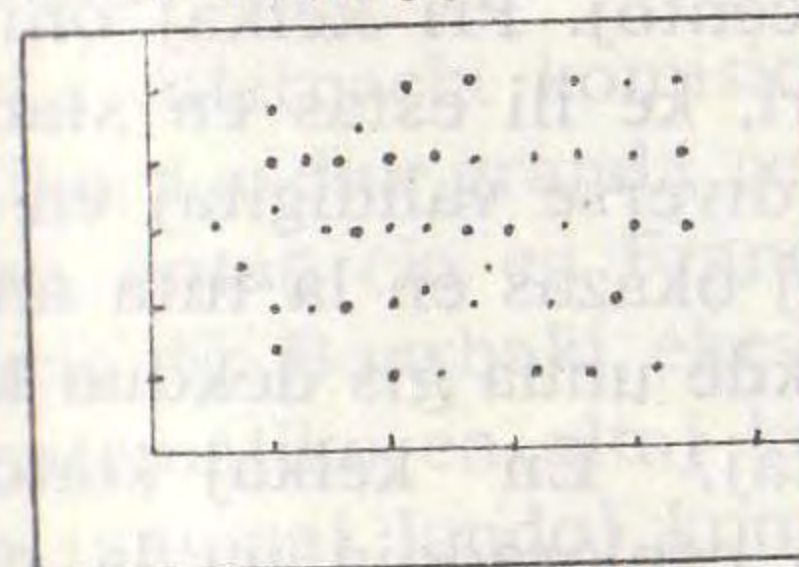
Induktado — deduktado. Instruaj metodoj. En proponataj instruaj planoj kaj en instrutekstoj, kiuj estas eksperimentataj, estas matematiko en la plej superaj klasoj prezentata kiel sistemo de deduktivaj konkludoj. La akcentigo de logikaj elementoj en matematiko, preciza terminologio kaj frazeologio ankoraŭ plifortigas tiun ĉi karakteron.

La ideanoj de la modernizado tamen same grave akcentigas, ke ne estas ĝusta tiu opinio, kiu asertas, ke la deduktado estas ununura metodo de matematiko kaj ke la induktado estas nur metodo de naturaj sciencoj. En la studato de matematiko oni akcentigas la signifon de la induktado. Matematiko en la fina stato estas sistemo de deduktivaj konkludoj, sed grave estas, ke la studanto ekkonadu matematikon en la stato de naskiĝo kaj tie ĉi ludas la indukta metodo gravan

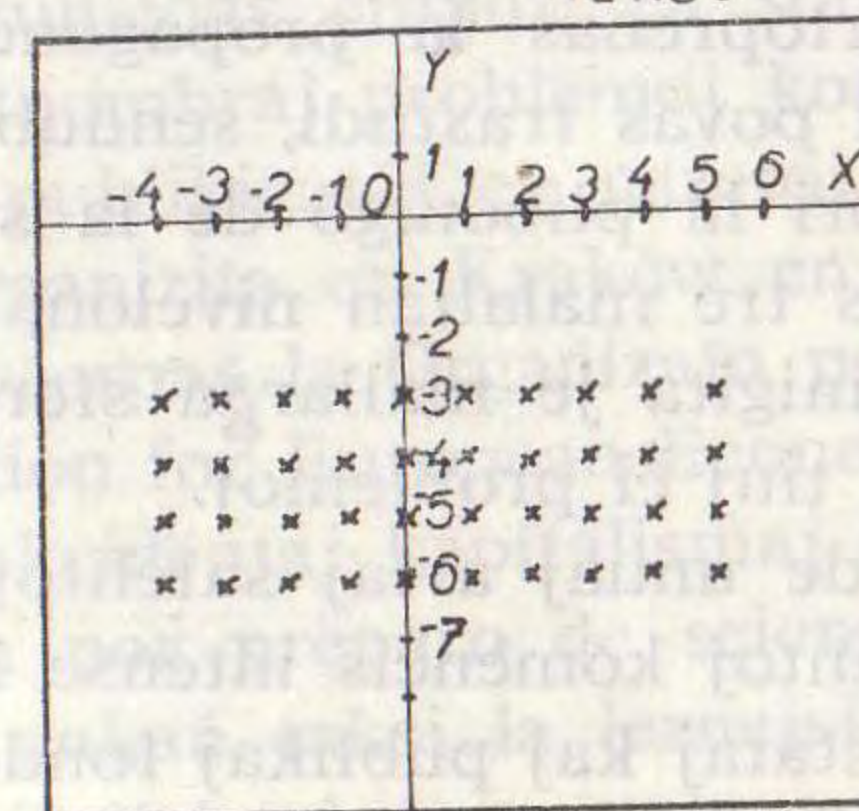
14 BILDOJ



PEZO DE LERNANTOJ



ALTECO DE LERNANTOJ EN UNUA KLASO



rolon. Tial precipe en la malpli superaj klasoj en la komenca stadio oni tre akcentigas la intuician karakteron de matematiko.

Kiel la lernantoj lernas labori kun frazoj (en formo: se... tial...), ili lernas pravi ilin kaj inversi la teoremojn ktp. Do ili lernas ankaŭ per indukta metodo. Oni akcentigas la probleman metodon. La lernantoj lernas praktiki matematikajn eksperimentojn, lernas malkovri kaj krei hipotezojn. Dum la lernado de la nova lernaĵo lernantoj estas akirontaj multajn proprajn konkretajn spertojn. Al la praktikado de abstraktigado kaj ĝeneralizado lernantoj ne entrudiĝas, tial la fazo, dum kiu lernanto unuafoje konatiĝas kun la nova lernaĵo, estas pli longa kaj la temporo de la laboro malpli rapida ol en niaj lernejoj.

La lernantoj neniam ekkonas pretajn vortajn konojn, por ke oni ne ekestu en verbalismo.

Dum tiu maniero de la instruado lernanto devas esti tre aktiva. Estas tial necese, ke lia intereso estu stimilita. Tial en eksperimentaj lernolibroj, precipe en malpli superaj klasoj, oni ofte komencas per ludado, matematika enigmo, ŝerco. Neniu temo estas finita en unu klaso. La lernaĵo estas daŭre ripetata, pliprofundigata kaj kunligata al la nova lernaĵo. Unuopaj konceptoj estas laŭvice disvolvataj kaj al gravaj ideoj la lernolibro revenas plurfoje en diversaj klasoj kaj en diversaj gradoj de pretendeco.

Kelkaj trajtoj de la modernizado tie flugrapide menciitaj aperas en diversaj proponoj kun diversaj akcentoj. Pri kelkaj oni vigle diskutas kaj preskaŭ pri ĉiu oni povas diri, ke ili estas en stadio de eksperimentoj. Tiuj ĉi trajtoj estas ankaŭ diverse validigitaj en diversaj gradoj de lernejoj, ĉar la eksperimentoj okazas en la tuta amplekso de ĝenerale klerigaj lernejoj, tio estas ekde unua ĝis dekdua klasoj.

Kie la eksperimentoj estas praktikataj? En kelkaj ŝtatoj oni jam praktikas dum pluraj jaroj intensajn esploradojn en la modernizado de la instruado pri matematiko. Estas ankaŭ pluraj internaciaj institucioj, kiuj partoprenas la propagandon de tiuj ĉi ideoj. Laŭ la materialo, kiun ni povas trastudi, sendube plej multe oni faris en Usono. La strebado pri la plibonigo de la stato de instruado pri matematiko, kiu tie havis tre malaltan nivelon, havas jam pli longan tradicion. Sed ĝi estis limigita je mallarĝa sfero de fakuloj, dum la publiko ne interesiĝis pri tiuj ĉi problemoj.

Nur post orbitigo de unuaj artaj satelitoj en Sovetunio la publiko kaj politikaj laborantoj komencis intense interesiĝi pri la lernejo kaj oni liberigis en ŝtataj kaj publikaj fondoj grandajn financajn sumojn por plibonigo de la lerneja sistemo ĝenerale kaj de la instruado de matematiko precipe.

School Mathematics Study Group (MSG). En la estrado de la tuta strebado pri la modernizado en Usono estas la organizaĵo MSG, kiu kunigas nombrajn usonajn universitatojn, ĉefajn matematikistojn,

same kiel pedagogojn, psikologojn, kuracistojn ktp. Speciala komisiono ellaboris novajn instruplanojn, oni preparis instrutekstojn kaj metodarajn gvidlibrojn por instruistoj kaj eksperimentis ilin jam ĉe eble 400 instruistoj kaj eble 40.000 lernantoj en diversaj ŝtatoj de Usono.

La instruistoj estis dum la tuta tempo de la eksperimentado instrukciataj kaj instruataj. Post la fino de la eksperimentado la almemorigoj estis amasigitaj kaj prijuĝitaj kaj nova grupo de eble 50 matematikistoj kaj 50 instruistoj tiujn ĉi tekstojn post akraj diskutadoj reviziis. Tiu ĉi grupo faris en la tekstoj multajn ŝanĝojn. Oni faris pli bonan elekton de ekzercoj, partoj signitaj kiel malfacilaj estis denove kompilitaj, sed la konceptado restis netuŝita.

Analogiaj eksperimentoj, eĉ se partkarakteraj, estas praktikataj de kelkaj pluj usonaj universitatoj, ekzemple en Illinois, en Maryland ktp.

Inter la instruistoj forte propagandas tiujn ĉi revoluciajn ideojn la asocio de instruistoj por matematiko (The National Council of Teachers of Mathematics), kiu membras eble 50.000 instruistojn. Ĝia por-membra gazeto »The Mathematics Teacher« publikigas gravajn artikolojn al tiuj ĉi problemoj, publikigas rezultojn de eksperimentoj, instrukciojn por preparado kaj pliperfektigado de instruistoj kaj multnombrajn diskutojn.

La internacia komisiono por plibonigo de la instruado pri matematiko. La dua granda centro de esploraj laboroj estas en okcidenta Eŭropo, antaŭ ĉio en Francujo, Belgujo kaj en Italujo. Sub influo de la asocio N. Bourbaki ekestis libervola unuiĝo de signifaj instruistoj por matematiko en altaj kaj mezaj lernejoj, kiuj sub diversaj kondiĉoj en unuopaj landoj komencis eksperimente »bourbakizi« la instruplanojn.

La komisiono kunsidas ĉiujare en someraj seminarioj, kie estas tradiskutataj multnombraj problemoj koncernaj la modernizadon, kaj la rezultoj estas publikigitaj en gazetoj. Unu el seminarioj estis antaŭ pluraj jaroj organizita en Krakôw en Polujo. El la rezulto de tiu ĉi komisiono nun ĉerpas la Organizaĵo por eŭropa ekonomia kunlaboro (The Organisation for European Economic Co-operation OEEC), kio estas unuiĝo de okcidentaj kapitalismaj ŝtatoj. En OEEC oni fondis konstantan oficon por preparo de sciencaj kaj teknikaj laborantoj, kies tasko estas ankaŭ taksii la lernejsistemojn de unuopaj partoprenantaj ŝtatoj kaj ellabori proponojn por ties plibonigo.

Proponoj ellaboritaj por instruado pri matematiko kaj fiziko jam estis publikigitaj.

Granda Britujo. Ankaŭ konservativa Anglujo disvolvas grandan strebadon por la plibonigo de la instruado de matematiko. La insti-

tucio, kiu nomiĝas »National Foundation for Educational Research«, praktikas ampleksan esploradon, kiu estas unuavice certigonta metodojn, per kiuj eblas ekoni la faktan staton de aferoj. Per precizaj statistikaj metodoj oni volas ekscii, kian influon je la instruaj rezultoj efikas instrumetodoj, lernaĵaranĝo, organizado de lerneja instruado kaj aliaj faktoroj influantaj la instruadon. Dum tio oni intence ŝanĝas kelkajn faktorojn kaj certigas ties influon, por ke tiel la procedo de la instruado kaj ĝiaj rezultoj povu esti konscie direktataj.

Krom tiu ĉefa tasko estas praktikataj memstaraj eksperimentoj de kelkaj universitatoj. Eble plej atentinda eksperimento estas praktikata en la grafejo Leicester, kie ekzemple lernantoj konatiĝas kun numeraj sistemoj sur diversaj bazoj jam en la unua klaso de la baza lernejo (kiel mi menciis pri tio pli supre) kaj la elementoj de la algebro estas vicigataj eble en niajn 3-an kaj 4-an klasojn.

Socialismaj landoj. El socialismaj landoj en tiu ĉi direkto sendube plej progresis Polujo, kie pro merito de prof. Straszewicz kaj precipe prof-ino Krygowska en Kraków estis organizitaj pluraj eksperimentoj, ĉefe en la instruado de geometrio en la baza lernejo. En lastaj jaroj oni komencis eksperimenton malpli ampleksan ankaŭ en Hungarujo en unu Budapeŝt-lernejo.

La taskon kaj signifon de la Sovetunio mi priskribos aliloke.

Estas ankoraŭ menciinda, ke influon je la plibonigo de instruado de matematiko efikas Internacia Matematika Unio kaj ĝia komisiono por instruado, same kiel UNESCO, kiu organizas de tempo al tempo internaciajn konferencojn al tiu ĉi temo.

Kiaj estas la spertoj? Jen mi citos plurajn spertojn kaj opiniojn pri la praktikitaj eksperimentoj, kiel ili estas esprimitaj en la publikaĵoj pri organizitaj konferencoj (ĉefe en Usono) kaj laŭ publikigitaj rezultoj (ĉefe tiuj de la asocio SMSG).

La enkonduko de novaj instruplanoj kaj lernolibroj estas kondiĉita de konvinkado kaj instrukciado de instruistoj, de allogado de lernantoj (kio estas facila) kaj de konvinkado de gepatroj (kio estas multe pli malfacila). La enkonduko de novaj instruplanoj sukcesas pli eble ĉe instruistoj fake kleraj. Komence oni postulas de ili multon da pluslaboro. Ili devas multon lerni kaj multon forlerni. Sed ili ĝojas pro la laboro kaj ne dezirus reveni al malnovaj lernolibroj.

La reagado de lernantoj al la novaj instruplanoj estas favora. Ĝi vekas ĉe ili pli grandan intereson. La talentohavaj lernantoj laboras fakte kun entuziasmo. Por malfortaj lernantoj estas malfacile atentosekvi la precizajn logikajn rezonadojn kaj ili restas malfortaj kiel antaŭe. Interesa fenomeno ekestas ĉe mezqualitaj lernantoj. Tiuj,

kiuj ne interesigis, sed estas kapablaj, estas ekkaptitaj kaj daŭrigas la studadon sukcese.

Novaj instruplanoj ne estas farataj tial, por ke matematiko iĝu facila. Videble por lernantoj kun diversaj kapabloj estos necese organizi diversajn manierojn de la instruado.

Al la fino de la instruaro la lernantoj de eksperimentaj klasoj faris samajn ekzamenojn — testojn kiel la lernantoj el normalaj klasoj. Precipe oni certigis, ĉu la lernantoj ne estas malpli multe lertaj en la numera kalkulado. La rezultoj montras, ke la lernantoj el eksperimentaj lernejoj estas same sukcesaj, eĉ eble iomete pli bonaj ol tiuj el normalaj lernejoj. La ekzamenoj estis organizataj laŭ standardizaj testoj, kiuj ne respondecas al la nova lernaĵo en la instruplanoj. Sed la lernantoj el la eksperimentaj lernejoj havas pli bonan matematikan klerecon, kiel oni konstatas laŭ nove ellaboritaj testoj de SMSG.

Kritikaj voĉoj. Estas memkompreneble, ke tiuj ĉi revoluciaj ideoj por la instruado de matematiko vekis grandan atenton de faka kaj lerneja publikoj. La lerneja-administrado en multaj ŝtatoj aprobas instalon de poreksperimentaj lernejoj, sed ĝi plejparte okupas elatendan starpunkton, kiel la eksperimentoj montros sian taŭgecon.

Sed aŭdiĝas ankaŭ kritikaj voĉoj. Mi mencias tie ĉi nur tri.

Unu kritikon mi menciis jam en la prologo. Tio estas la prelego de prof. E. Stiefel, kiu estis farita en la konferenco de germana Asocio por aplikita matematiko kaj mekaniko. Ĉar pri la prelego skribis jam prof. Urban en »Progreso«, mi nur aludas lian artikolon.

Dua kritika voĉo aŭdiĝis en la komisiono por instruado de fiziko de la »Internacia Unio por pura kaj aplikita fiziko«. La komisiono entute malkonfide notas la »bourbakizadon« de la instruplanoj por matematiko. Ĝi timas, ke la troa akcentigo de abstrakta kaj dedukta matematiko, precipe en algebro, kondukos al malplifortigo de ties aplikebleco kaj ke lerneja matematiko tro foriĝos de lerneja fiziko.

La tria grava opinio estis publikigita en usona gazeto »The American Mathematical Monthly« 1962, kajero 3. Tie aperis memorandumo subskribita de 75 signifaj usonaj kaj kanadaj matematikistoj, kiuj laboras en diversaj matematikaj disciplinoj kaj aplikaj. Inter la subskribintoj estas ekzemple prof. G. Polya el la universitato en Stanford.

En la memorandumo oni unue pozitive taksas la grandan strebado, kiu estas disvolvata por plibonigo de la stato en la instruado de matematiko. Oni rekomendas eluzi favoran cirkonstancon por la plibonigo, sed oni atentigas, ke oni deflankiĝos, se la matematikistoj troiĝos siajn postulojn.

En la memorandum estas granda vico da instigaj opinioj. Mi citos tie ĉi nur tiujn, kiuj helpas nin taksu kelkajn ideojn de la modernizado, kiujn mi nomis supre.

»Tradicia« matematiko. La instruado de matematiko en la baza kaj meza lernejoj prokrastiĝas post la postuloj de la socio kaj nepre ĝia nivelo estas plibonigenda. Ofte oni diras, ke matematika lernaĵo de la meza lernejo estas malnoviĝinta. Tiun ĉi aserton oni konsideru prudente. Elementa algebro, planimetrio kaj stereometrio, trigonometrio, analiza geometrio kaj la enkonduko en la analizon estas ĉiam bazoj de lerneja matematiko kiel antaŭ cent jaroj. La venontaj uzontoj de matematiko devas ellerni ilin kaj rajtas nenion preterlasi.

Kio nun estas malbona en la instruplanoj, ne estas la lernaĵo, sed izolado de matematiko for de aliaj sferoj de sciencoj, ekzemple de fiziko kaj izolado de matematikaj partioj reciproke, izolado de matematikaj teorio kaj kalkulotekniko kaj simile.

La memorandum akcentigas, ke matematiko estas ilo, kiel ekkompreni la mondon ĉirkaŭ ni (kaj ni ankoraŭ aldirus, kiel superregi la mondon ĉirkaŭ ni). Tiel uzadis matematikon Arhimedes kaj Newton. Matematikon oni ankaŭ povus opinii kiel ludon laŭ certaj reguloj, sed tia opinio ne estus taŭga por lernejoj celoj (kaj kontraŭstarus eĉ la marksisman filozofion — ni alskribas).

En la 5-a numero de la citita gazeto respondis al la memorandumo prof. E. G. Begle, direktoro de SMSG. Li atentigas, ke esence krom malpli gravaj esceptoj la proponantoj de la novaj instruplanoj konsentas kun la instigoj de la memorandum kaj bonvenigos konkretajn almemorigojn al la lernolibroj, kiujn ili eldonis.

Konkludoj: Mi laste citis kelkajn kritikajn voĉojn, ne por malkonsili la eksperimentojn en la modernizado de la instruado, sed por ke ni povu prijuĝi la situacion plej eble objektivite. Interese estas ke ĉiuj tri kritikaj voĉoj konsentas en unu afero: ili gravigas la unuigon de matematiko kun fiziko kaj la aplikaĵojn ĝenerale, kaj tio sendube estos malplej forta ĉenero de la proponataj manieroj, kiel plibonigi kaj efektivi la instruadon de matematiko.

Por ke la leganto povu konstrui konkretan imagon pri la amplekso de la revoluciaj ŝanĝoj en la instruplanoj kaj en la lernolibroj, mi skribas la enhavon de la lernolibro de la matematiko (eble por nia 6. a kaj 7-a klasoj: 12 kaj 13 jaroj) de la asocio SMSG.

A) Kio estas matematiko?

- 1) Matematiko kiel metodo de la pensado
- 2) Dedukta pensado
- 3) De aritmetiko al matematiko
- 4) Partioj de matematiko (aritmetiko, algebro, geometrio,

probableco).

5) Nuntempa matematiko (ties eluzo en diversaj branĉoj de la homa agado).

6) kaj 7) Matematiko en diversaj profesioj

8) Ripozamuza matematiko (ekzemple pontoj en Kaliningrad

ktp.)

9) Enhavo de la lernolibro (pri kio la lernantoj lernos)

B) Numeraj sistemoj

1) Registroj de numeroj de prahomo, numeraj sistemoj de Egiptoj, Babilonanoj kaj Romanoj

2) Decimala sistemo

3) Grandaj numeroj, registro de la numero helpe de potencigoj de la bazo 10

4) Numersistemo de la bazo 7

5) Kvar kalkulooperacioj en la numersistemo de la bazo 7

6) Transkonduko de la registro de numero el la sistemo decimala en sistemon kun la bazo 7

7) Aliaj numersistemoj

8) Duopa kaj dekduopa sistemoj

9) Resumo de la lernaĵo.

C) Entjeraj numeroj

1) Naturaj numeroj

2) Komutativaj ecoj ĉe entjeraj numeroj

3) Asociativaj ecoj ĉe entjeraj numeroj

4) Distribua eco

5) Multaĵo kaj eco fermita rilate al certa kalkul operacio

6) Inversa operacio

7) Ideo de la »limo« kaj numerakso

8) Numero unu

9) Numero nulo

10) Resumo de la lernaĵo. Taskoj por ripetado.

D) Nemetrika geometrio

1) Punktoj, rektaj linioj kaj spaco

2) Plataĵoj

3) Geometriaj simboloj, grafikaj bildadoj de rektaj linioj kaj plataĵoj

4) Trapenetro de multaĵoj

5) Trapenetro de rektaj linioj kaj plataĵoj

6) Absciso

7) Disdivido: duonspacoj, duonplataĵoj, duonlinioj

8) Anguloj kaj trianguloj

- 9) Unusignifa alvicigo
 - 10) Simplaj fermitaj kurbaj linioj
- E) Analizoj kaj primaj numeroj
- 1) Primaj numeroj
 - 2) Dividantoj (analizo de la numero, unueco de la analizo)
 - 3) Dividebleco
 - 4) Plej granda komuna dividanto
 - 5) Restoj dum dividado
 - 6) Malplej granda komuna oblo.
 - 7) Resumo de la lernaĵo. Ekzercoj por ripetado
- F) Racionalaj numeroj
- 1) Historio de nombroj
 - 2) Racionalaj numeroj
 - 3) Ecoj de racionalaj numeroj
 - 4) Reciproka nombro
 - 5) Numerakso
 - 6) Multipliko de racionalaj numeroj
 - 7) Divido de racionalaj numeroj
 - 8) Adicio kaj subtraho de racionalaj numeroj
 - 9) Kvociento esprimita per racionala numero
 - 10) Registro de nombroj en decimala sistemo
 - 11) Arangado
- G) Mezurado
- 1) Kalkulado kaj mezurado (multaĵoj kun izolitaj elementoj, multaĵoj kunigaj, mezurebleco)
 - 2) Malkomponebleco kaj mezurado (unu por mezurado)
 - 3) Ecoj de la unuo por mezurado
 - 4) Diversaj unuoj por longeco (skalo, diversaj specoj de skaloj)
 - 5) Precizeco de la mezurado kaj plej granda ebla miso
 - 6) Mezurado de anguloj (angul-unuo, angulmezurilo, specoj de anguloj, perpendiklaj linioj rektaj)
- H) Areo, volumeno, pezo kaj tempo
- 1) Ortangulo (areo de ortangulo, unuo de areo, precizeco, miso)
 - 2) Paralelepipedo (priskribo, ties volumeno, unuo por volumeno, dimensio, unu—, du— kaj tridimensiaj formaĵoj)
 - 3) Malnovaj unuoj. Pezo, maso, tempo. Kalkulado: kun fizikaj unuoj.
 - 4) Resumo de la lernaĵo.

(Tradukis Josef Chvosta).

El »Matematika ve škole« (Matematiko en lernejo), nro 8 de aprilo 1963.

SCIENCA REVUO, eldono de Internacia Scienca Asocio
Esperantista, Vol. 16. n-ro 3/4 (1965)

552.52 (437); 551.735

PRI LA TROVIĜO, KONSISTO KAJ GENEZO DE LA ARDOREZISTAJ ARGILŜTONOJ EN LA MEZBOHEMIA SUPRAKARBONIA BASENO

(J. Mašek, Ĉeĥoslovakio)

La mezbohemia suprakarbonia baseno enhavas krom la bone konataj ŝtonkarbotavoloj ankaŭ kuŝejojn de la ardorezistaj argilŝtonoj. Ĉi tiuj kuŝejoj apartenas al la plej gravaj en Eŭropo. La ardorezistaj argilŝtonoj prezentas necesegan krudmaterialon por produktado de ŝamotavaroj uzataj en la metalurgio (altfornoj) samkiel en la ĥemia, vitrofara, ceramika k. a. industrioj.

Troviĝo

La mezbohemiaj ĉefkuŝejoj de la ardorezistaj argilŝtonoj ligiĝas al la sudranda zono de la karboregiono de Kladno-Rakovník. Oni ekspluatas ilin en la ĉirkaŭaĵoj de Rakovník kaj Nové Strašeci. Stratigrafie ili apartenas al la »tavoloj de Radnice«, ties supra parto (supra karbonio, vestfalia C). Novtempe, per vasta geologia esplorado helpe de borsondaĵoj, oni eksciis, ke la horizontoj de la ardorezista krudaĵo troviĝas — en la sama stratigrafia nivelo — ankaŭ aliloke de la menciita zono randbasena, ekz. okcidente de Kladno. Maldikaj horizontoj de la sama krudaĵo kuŝas en kelkaj karbtavoloj; ili estis — precipe ĉe Kladno — siatempe ekspluatataj.

Pri la mezbohemiaj ardorezistaj argilŝtonoj okupis sin A. Orlov (1944) laŭ la petrologia kaj T. Tománek (1959) laŭ la teknologia vidpunktoj.

La kuŝejoj kelkloke atingas la tasurfacon (sude de N. Strašeci), sed aliloke troviĝas en profundo de 500-600 m (VNV de Kladno). Ili havas formon de aŭ unusola aŭ pluraj platlensoj, je dikigo kelkdecimetro ĝis kelkmetra. Ties kvalito konsiderinde varias horizontale kaj vertikale. La super kaj subtavolo konsistas el sabloŝtonoj de diversa grajneco aŭ el argil — kaj polvoŝtonoj.