SCIENCA REVUO de Internacia Scienca Asocio Esperantista (BEOGRAD, Jugoslavio)	El Vol 22 n-ro 2 (88) 5. 4. 1971.

AL LA PRECIZDEMANDO DE GLATUMA METODO DE LOKAJ SINGULARAĴOJ KAJ MALFACILAĴOJ RILATE ĜIA UZADO AL SOLVO DE LA PROBLEMOJ EL PROFILA FILTRADO KUN HELPO DE ELEKTRONCIFERAJ KALKULAJ MAŜINOJ (ECKM)

(V. S. Siryj, Jar. O. Matvijiŝyn*) Ukrainio, Sovetunio)

Dum esplorado de la solvo de ekvacioj kun partaj derivaĵoj, havantaj malkontinuajn koeficientojn, dekomence la glatuma metodo de lokaj singularaĵoj estis ĉefe uzita por teoretikaj celoj: unue por argumenti ekzistadon de la solvo de diferencialaj ekvacioj kun malkontinuaj koeficientoj, due por pruvi ekzistadon de unumezura problemo de Stefan [I]. [2] kaj praktikcele por nombra solvo de Stefan-problemo dum kazo de kelkaj spacaj variantoj kaj arbitra nombro de fazoj (-statoj) [3]. [4].

En la verkaĵo de kieva matemakisto V. E. Ŝamanskyj [5] estas priskribita originala metodo por la solvo de filtradproblemoj de subteraj torentoj (akvoj) kun liberaj supraĵoj de fluidaĵo, kiu estas oportuna por realigado kun helpo de ECKM.

Prezentita ĉi tie artikolo enhavas pridiskuton de la solvo de nombraj eksperimentoj, faritaj dum esplorado de diversspecaj nombraj realigoj de diferenca skemo kaj ĝia precizeco depende de glatumaj parametroj.

Profilaj problemoj laŭ [5] (ni parolas pri la kalkulskemo de premoj kaj filtraj torentoj) reduktiĝas al solvo de la ekvacio

$$\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} h) = 0 \tag{1}$$

en domajno D^- (pri malong. v. [5] aŭ [6]) sur la surfaco (z, x) de tridimensia spaco, kie h-piezometria premo, k-koeficiento de filtrado.

*) KIEV-1, do vostrebovanija

Limo L de la domajno D^- havas antaŭe nekonatajn partojn, nomitaj liberaj superaĵoj de la depresio, sur kiuj estas devigata plenumo de sekvantaj kondiĉoj:

$$h = z$$

$$m \frac{\partial \xi}{\partial t} = (\kappa \operatorname{grad} h, \operatorname{grad} \xi) + w \frac{\partial \xi}{\partial z} \tag{2}$$

kie ξ (z, x, t) $= 0$ estas ekvacio de kurba dipresio, m(t, x, ξ)-estas koeficiento de akvoredono aŭ satiĝmanko, w-estas infiltracio.

La solvo de ekstrema problemo (I), (2) kun respondaj ekstremaj kondiĉoj sur fikista parto de la limo L en D^- per findiferenca metodo prezentas gravaju malfacilaĵoju. Tial laŭ [5] la problemo reduktiĝas al solvo de la ekvacio en domajno D, kiu ne ŝanĝiĝas laŭ tempo:

$$m\delta_6 (u_6 - z)\frac{\partial u_6}{\partial t} = \operatorname{div} (\kappa X_6 (u_6 - z) \operatorname{grad} u_6) +$$

$$+ wX_6 \left(1 - \frac{\partial u_6}{\partial z}\right)\left(1 - \frac{\partial u_6}{\partial z}\right)\delta_6 \; (u_6 - z) \tag{3}$$

Ĉi tie $\delta_6 (\xi)$ kaj $X_6 (\;)$ estas kontinuaj analogoj (δ -similecoj) respondaj al delta-funkcio de Dirak kaj funkcio de Ĥevisajd; 6 -estas glatuma koeficiento. En [6] estas uzita simpla nesimetria neeksplicita diferenca skemo por nombra solvo de (3), ĉar aliaj skemoj malcerte, ĉu taŭgus. Ja koeficiento ĉe δ egalas al 0 en domajno D, forigante mallarĝan zonon kiu entenas dipresian kurbon. Ĉar ekvacio (3) estas nelinia, tial plena sistemo de diferencaj prezentiĝas kiel sistemo de neliniaj algebraj ekvacioj. La solvo de ĉi tiu diferenca sistemo eblas serĉi per iteracia vojo [8], uzante la metodon de bloka iteraciado dum ĉiu iteracio [7]. [9]. [10] por trovado de la solvo jam de linia sistemo kun kvindiagonala matrikso. Kiam ne estas bezonata altgrada preciza solvo. tiam oni povas uzi nur neeksplicitan diferencan skemon.

Laŭ nombraj kalkuloj. realigitaj por ECK-maŝino M-20 rilate solvon de problemoj kun kondiĉoj pri akva filtrado inter du kanaloj tra tera baraĵo [6].-estas konstatita fakto, ke la metodo de bloka iteracio estas mal rapide konverĝanta proceso.

Tial prenante kiel ekzemplo la saman problemon estis de ni aprobitaj ankaŭ aliaj, plirapigitaj konverĝoj de bloka iteracio, iteraciaj procesoj. Rezulte ni povas mallonge rezumi:

1. La konverĝo de blokiteracia metodo precipe plialtiĝas kun plimalgrandiĝo de necesa (aŭ pli ĝuste postulita) precizeco de la solvo de sistemo de liniaj algebraj ekvacioj. Ĉi tio esence plimalgrandigas kvanton de necesa kalkula tempo de ECKM.

2. Kiam estas uzita la metodo de bloka interaciado kun ekstrapolacio de origina valoro, tiam estas plimalgrandigita la kvanto de kalkula laboro ĉe ECKM proksimume 10—15 %.

3. Uzante dulinian blokan iteraciadon, anstataŭ unulinian, ni malrgrandigas la kvanton de kalkula laboro ĉe ECKM je 15—20 %

4. Mem ordo de la realigo de bloka iteraciado malgrande influas la konverĝon, kvankam oni povas ricevi iun etan gajnon de operacioj.

5. Por plirapidigi konverĝon kaj mallongigi nombron de kalkuloperacioj estas plej efektiva uzado de blokiteracia metodo kun parametro ω (supra bloka relaksacio). Doni teorie takson de optimala ω por (3) estas malfacile eĉ dum la kazo de la plej simplaj rektangulaj domajnoj. Tial oni povas provi aŭtomatigi tiun elekton (por ne fari serion de kalkuloperacioj por elekto de ω) sekvantmaniere:
kalkulante du proksimaĵojn u^1, u^2 kun parametra valoro $\omega = \omega + \Delta$ kaj du sekvantajn u^3, u^4 kun $\omega = \omega - \Delta$, ni akceptos kiel pli bona tiun valoron ω por kiu unu el du rilatoj $\frac{u_2}{u_1}$, $\frac{u_4}{u_3}$ estas pli malgranda. Analoge ni daŭrigu.

Teoria esplorado ne donas efektivajn taksojn de la dependo de solvo u_6 de diferenca problemo de glatuma parametro δ ĉar ekvacio (3) estas nelinia. A priori ricevantaj taksoj estas iom pli grandaj kaj ne respegulas veran esencon. Tial komparo de nombra solvo kun analitika estas efektiva elektmetodo de parametro δ kaj taksoprecizeco de diferenca skemo.

Bedaŭrinde analitika solvo de nestacionara profila-filtra problemo estas konata nur por unumezura kazo. Jen ĉi tie naskiĝas penso pri konstruado de ekstrema problemo (atentiginte aspekton de la ekvacioj (I). (2). (3) kaj ekstremaj kondiĉoj), kiu povas eĉ ne havi praktikan sencon aŭ eĉ fizikan interpretadon, sed nur formale kunligita por certaj parametroj kun ekvacioj (I), (3) kaj kondiĉoj (2). la solvo kiun oni povus trovi analitike aŭ nombrokalkule kun iu ajn antaŭe necesa kaj donita precizeco. Uzante nun ĝian precizan solvon oni povus taksi nombran solvon u_6 por ekvacio (3).

Unu el premisoj por konstruado de simila problemo estas sekvanta fakto vaste uzata en la kalkula praktiko: ĉefaj kvalitoj de diferenca skemo disvastiĝas por tuta klaso de ekvacioj, sed ili ne limitiĝas per iu sola aspekto aŭ formo de ekvacioj. Fakte multan nombron de la metodoj kaj diferencaj skemoj, prilaboritaj por solvo de Laplas-ekvacio ($\Delta U = 0$) oni facile transmetas ankaŭ por la ekvacioj de eliptika kaj parabolika aspektoj

$$\operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} u) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} u) = 0$$

ĉiuokaze por sufiĉe glataj koeficientoj k.

Ĉar ne eblas en tiel mallonga artikoleto prezenti necesajn matematikajn pruvojn kaj respondajn ekzemplojn, la aŭtoroj daŭrigas la temon en alia loko (en scienca artikolaro, preparita por eldono en Instituto de matematiko ĉe Ukraina akademio de sciencoj en Kievo).

Citita literaturo:

1. O. A. Olejnik.— »Doklady Akademii nauk SSSR«, 135, 5. 1054—1057, M., 1960.

2. S. L. Kamenomostnaja. — »Matematiĉeskij sbornik«, 53, 4, 489—514, 1961.

3. B. M. Budak, E. N. Soloveva, A. B. Uspenskij. — »Ĵurnal vyĉislitelnoj matematiki i matematiĉeskoj fiziki«, 5, 5, 828—840, 1965.

4. A. A. Samarskij, B. D. Mojseenko. — ibid., 816—827.

5. V. E. Samanskyj. — »Dopovidi Akademiji nauk URSR«, (Kiev), 6, 579—584, 1968.

6. V. S. Siryj, V. E. Ŝamanskyj. — ibid., 8, 751—764, (1968).

7. J. Duglas. — »Numerische Math.«, 4, 1, 41—63, 1962.

8. A. N. Tiĥonov, A. A. Samarskij. »Uravnenija matemat. fiziki«, M., 1967.

9. R. J. Arms, L. D. Gates, B. Zondek. — »Journ. Soc. Indust. Appl. Math.«, 4, 220—229, 1956.

10. E. H. Guthill, R. S. Varga. — »Journ. Assoc. Computing Mach.«, 6, 236—244, 1959.

11. A. M. Ostrowski. — »Rend. mat. e applic.«, 14, 1—2, 140—163, 1954.