## LA CENTROJ KAJ LA SEKCIOJ DE ISAE

**Terminologia Centro** (TC) de ISAE kunordigas la terminologian esperantistan laboron de unuopuloj, pligrandigante la lingvan riĉecon de Esperanto en diversaj fakoj. TC organizas la diskutadon pri terminologiaj problemoj, kontrolas fakterminarojn, aperigas provizorajn fakterminarojn (kiel rekomendojn de ISAE) kaj rekomendas por la publikigo jam maturajn fakterminarojn.

La aperigataj (multobligataj) terminaroj de TC estas destinitaj al la interna uzo de fakuloj kaj ili estas riceveblaj de TC senpage, kun nur morala devo de la ricevonto subteni (per propra aŭ kolektita monsumo) la fondaĵon »Scienco« (el kies rimedoj oni pagas la multobligadon de la terminaroj).

La direktoro de TC estas dipl. inĝ. R. Haferkorn (Edeldorfer Weg 28a, 8480 WEIDEN i.d. OPf., Germanio okc., BRD) kaj lia anstataŭanto estas inĝ. A. Broise (La Madeleine, F-27 NONANCOURT, Francio).

**Arkitekt-konstruista sekcio** estas ISAKE (Internacia Societo de Arkitektoj kaj Konstruistoj Esperantistoj). La sekcia kotizo (10 steloj jare) estas pagebla pere de la delegita reto de ISAE (kune kun la jarkotizo por ISAE). La sekcio havas sian komitaton kaj la laborgrupojn en kelkaj landoj. La kontaktadreso estas: Ark. Tekn. Vl. Štrucelj, Krašova 27/IV, ZAGREB, Jugoslavio.

**Medicina sekcio** estas UMEA (Universala Medicina Esperanto Asocio), kun la propra komitato (la kontaktadreso: D-ro Maria Jarnuszkiewicz, Kujawska 13/1, KRAKOW, Pollando). La sekcio havas sian organon **Midicina Revuo**, kies jarabono estas 15 steloj, pagebla kune kun la kotizo por ISAE (10 st.) kaj kun la sekcia kotizo (5 st. jare) pere de la delegita reto de ISAE.

**Filologia sekcio** estas IUEF (Internacia Unuiĝo de Esperantistoj Filologoj). La sekretario de la Komitato estas Lj Marikin, kompl. Toltoj, 23/—/2/IV, SOFIO, Bulgarujo. La sekcia kotizo estas 6 steloj jere (pagebla same pere de la delegita reto de ISAE).

**Geologia sekcio** direktis sin ĉefe al intervenoj por oficialigi Esperanton en internaciaj geologiaj kongresoj kaj al kreo de la faka periodaĵo GEOLOGIO INTERNACIA. La gvidanto de la sekcio estas d-ro J. Kavka (Lužna 7, PRAHA 6-Vokovice, Ĉeĥoslovakio). La kotizo estas 15 steloj — kune kun la abono al Geologio Internacia — pagebla pere de la delegita reto de ISAE.

**Astronomia sekcio** estas nombre malgranda, sed klopodas vastigi la agadon inter ĉiuj astronomoj kaj aperigadi apartajn fakajn kajerojn de Scienca Revuo. La adreso: Prof. B. Popović (Ognjena Price 80, BEOGRAD, Jugoslavio). La jarkotizo 5 st.

**Teknikista Ligo de ISAE** estas la plej nova sekcio de ISAE, ankoraŭ en organiza stato, sed jam multnombra. La kontaktadreso estas: Teknika Komisiono de Hung. Esp. Asocio. Kenyérmző u. 6, BUDAPEST VIII, Hungario).



EL SCIENCA REVUO de Internacia Scienca Asocio Esperantista,
Vol. 20 (1969.), n-ro 3/4

523.842+523.814:521.34

## APSIDA MOVIĜO KAJ STELSTRUKTURO

(A. Heck,*) Jalhay, Belgio)

### Enkonduko.

La duoblaj steloj okazigas grandan intereson en astronomio, ĉar ilia studo estas la reĝa vojo kaj la ununura vojo al rektaj informoj pri la maso kaj pri la strukturo de steloj.

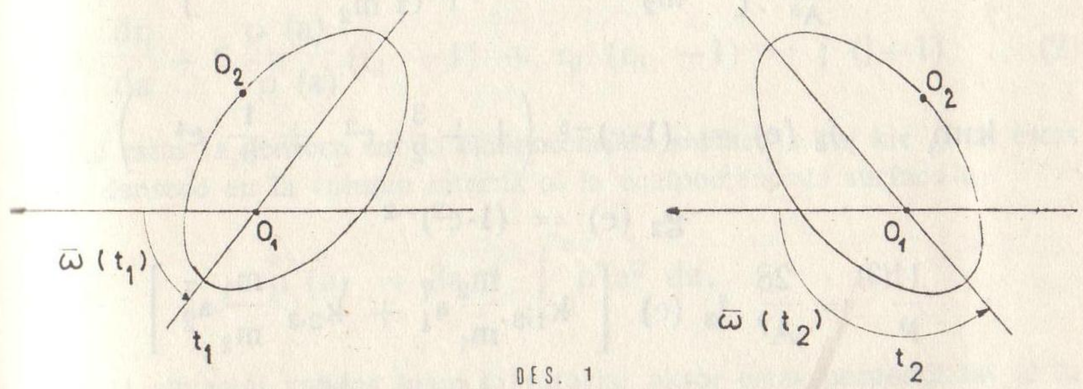
Kiam la distanco inter la du steloj de duobla sistemo estas granda, ĉi-tiuj estas konsidereblaj kiel materiaj punktoj kaj ili orbitas elipse ĉirkaŭ la pezocentro de la sistemo. La kono de tiuj trajektorioj permesas havigi informojn pri la stelaj masoj (klasika problemo de la du korpoj).

Kiam kontraŭe la steloj estas sufiĉe proksimaj, ili deformadas sin unu la alian kaj la relativa orbito — ne elipso kiel antaŭe — dependas samtempe de la deformaĵoj kaj de la strukturo de la du steloj. En ĉi-tiu artikolo ni prizorgos la jenan kazon konsiderante du deformaĵojn:

— deformaĵo per tajdoj konsistanta el plidikiĝo simetria rilate la linion kunigante la centrojn de la du steloj,

— deformaĵo per la rotacio de ĉiu stelo konsistanta el platiĝo simetria rilate la rotacian akson.

Kiam la antaŭaj deformaĵoj estas sufiĉe malgrandaj, diversaj aŭtoroj demonstris ke la relativa orbito reprezentiĝas per elipso kiu moviĝas laŭ malrapida regula rotacio (apsida movado), ligita al la du deformaĵoj.




DES. 1

*) provizora esploristo de F.N.R.S.

Kompreneble observadoj de la apsida movado — nur en la eklipsaj duoblaj steloj praktike — permesas inverse havigi informojn pri la stelstrukturo. Krome tiuj observadoj okazigas gravan teston por la stelaj modeloj.

La jena artikolo estas mallongigo de tezo prezentita en la Universitato de Liège (Belgio) kiel studfina laboro. Nur la ĉefaj linioj estas prezentataj kaj bedaŭrinde multaj interesaj problemoj ne estas ĉi-tie trakteblaj. Tamen la aŭtoro informos plie interesitajn personojn. Li ankaŭ dankeme ricevos kritikojn kaj sugestojn.

Unue ni konsideros ĉi-tie la ĝeneralan teorion kaj poste la rezultatojn de observadoj. La tria paragrafo konigos al ni interesajn stelajn modelojn kaj fine ni komparados rezultatojn de la observadoj kaj de la teorio. Tiamaniere ni vidos kiel nun aspektas la problemo sekve al la laboroj de diversaj aŭtoroj. Finfine ni proponos mezajn valorojn karakterizantaj la stelstrukturon de la sistemoj Y Cyg, AG Per kaj CO Lac.

* * *

## 1. — Apsida moviĝo [1]

La apsidan moviĝon regas la jena ekvacio:

$$\frac{U}{P} = \frac{U^{(2)}}{P} + \frac{U^{(3)}}{P} + \frac{U^{(4)}}{P}$$

kie U kaj P estas respektive la periodoj de la apsida kaj de la orbita moviĝoj kaj kie

$$\frac{U^{(2)}}{P} = k_{1,2}\,\frac{a_1^5}{A^5}\left[15\frac{m_2}{m_1}f_2(e) + \frac{\omega_1^2 A^3}{G\,m_1}g_2(e)\right] + k_{2,2}\,\frac{a_2^5}{A^5}\left[15\frac{m_1}{m_2}f_2(e) + \frac{\omega_2^2 A^3}{G\,m_2}g_2(e)\right]$$

$$\text{kun}\quad f_2(e) = (1-e)^{-5}\left(1 + \frac{3}{2}e^2 + \frac{1}{8}e^4\right)$$

$$g_2(e) = (1-e^2)^{-2}$$

$$\frac{U^{(3)}}{P} = \frac{28}{A^7}f_3(e)\left[k_{1,3}\frac{m_2}{m_1}a_1^7 + k_{2,3}\frac{m_1}{m_2}a_2^7\right]$$

$$\text{kun } f_3(e) = (1-e^2)^{-7}\left(1 + \frac{15}{4}e^2 + \frac{15}{8}e^4 + \frac{5}{64}e^6\right)$$



$$\frac{U^{(4)}}{P} = \frac{45}{A^9}f_4(e)\left[k_{1,4}\frac{m_2}{m_1}a_1^9 + k_{2,4}\frac{m_1}{m_2}a_2^9\right]$$

$$\text{kun } f_4(e) = (1-e^2)^{-9}\left(1 + 7e^2 + \frac{35}{4}e^4 + \frac{35}{16}e^6 + \frac{7}{128}e^8\right)$$

kie $a_1$ estas la radio de la ĉefa (primara) stelo (indico "1"),
$a_2$ sekundara stelo (indico "2"),
e estas la ekscentreco de la orbito,
G estas la universala konstanto de la pezoforto,
$m_i$ estas la maso de la stelo i,
A estas duono de la granda akso de la relativa orbito,
$\omega_i$ estas rotacia rapido de la stelo i.

La konstantoj $k_{i,j}$ ni difinas per

$$k_{i,j} = \frac{(j+1) - \eta_j(a_i)}{2\,[j + \eta_j(a_i)]}$$

$$\text{kun}\quad \eta_j(a_i) = \left\{\frac{a}{Y_{1j}}\frac{dY_{1j}}{da}\right\}_{a=a_i}$$

kie $Y_{ij}$ estas sferaj harmoniaj funkcioj, karakterizantaj la deformaĵojn de steloj kaj introdukitaj per

$$a = r\left\{1 + \sum_{l=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{2j+1} Y_{lj}(a, \theta, \varphi)\right\}.$$

a karakterizas egalpotencialan surfacon de la stelo; r, θ, φ estas la sferaj variantoj.

La konstantoj $k_{i,j}$ dependas de la interna strukturo ĉar η (a) estas solvo de la »Clairaut-Radau« ekvacio:

$$a\frac{d\eta}{da} + 6\frac{\rho(a)}{\bar{\rho}(a)}(\eta_{lj} + 1) + \eta_{lj}(\eta_{lj} - 1) = j(j+1) \qquad (2)$$

kie ρ (a) estas la denseco sur la egalpotenciala surfaco a kaj kie $\bar{\rho}$ (a) estas la meza denseco en la volumo interna al la egalpoetenciala surfaco a:

$$\bar{\rho}(a) = 3a^{-3}\int_0^a \rho\, a^2\, da.$$

La antaŭaj ekvacioj validas kiam la rotaciaj aksoj estas perpendiklaj al la orbita ebeno. Kopal [1] ĝeneraligis la problemon kiam tiuj aksoj estas klinaj rilate la orbitan ebenon.

* * *

## 2. — Rezultatoj de la observadoj.

Ni do vidis ke la apsida movado de duobla sistemo dependas de la interna strukturo de ĉiu stelo pere de la koeficientoj $k_{i,j}$ La observadoj de ĉi-tiu apsida movado permesas dedukti $\frac{U}{P}$ kaj sekve ili havigas informojn pri la $k_{i,j}$ kiam la orbito, la $\omega_i$, la $\frac{a_i}{A}$ kaj $\frac{m_1}{m_2}$ estas konataj.

Aliparte teorio de la stelktrukturo permesas kalkuli teoriajn stelajn modelojn kies maso kaj ĥemia kombino estas antaŭfiksitaj. Per integrado de la ekvacio (2) de Clairaut-Radau estas la $k_{i,j}$ haveblaj kaj poste kompareblaj al la $k_{i,j}$ de la observadoj. Tiamaniere okazas grava testo koncerne la ĝustecon de la teorio de stelstrukturo.

Bedaŭrinde la deduktado de la $k_{i,j}$ el la obpervadoj estas malfacila afero pro la fakto ke ni disponas nur kun unu ekvacio (1) por pluraj variantoj $k_{i,j}$ ( i=1 kaj 2, j=1 ĝis 4). Sekve ni ne povas akiri ĉiun $k_{i,j}$ aparte kaj diversaj aŭtoroj (Kopal [2], Semeniuk [3,4]) uzas metodojn kiuj produktas mezan koeficienton $k_2$ (vidpunkte de unu koeficiento por la du steloj) neglektante la ki,3 kaj la ki,4 (i=1,2). Ni ne klarigos tiujn metodojn ĉi-tie sed la tabelo 1 kunigas la rezultatojn de tiuj aŭtoroj kun bibliografia indiko por sistemoj de precipa sekvenco. Ankaŭ ĝi indikas la rezultatojn de Mathis [5] kiu uzis Kopal-metodon sed aliajn valorojn por la orbitaj variantoj. Krome estas indikata la logaritmo de la efektiva temperaturo $T_e$ .

Tabelo 1

Rezultatoj de la observadoj

| Sistemoj | log Te | log $k_2$ (Kopal ) | log $k_2$ (Mathis ) | log k2 (Semeniuk ) |
|---|---|---|---|---|
| GL Car | 4.29 | —1.91 | —1.89 | —1.91 |
| Y Cyg | 4.44 | —2.00 | —2.00 | —2.00 |
| V346 Cen | 4.24 | —2.29 | —2.28 | |
| CO Lac | 3.96 | —2.35 | —2.35 | —2.38 |
| RU Mon | 4.05 | —2.48 | —2.48 | |
| δ Ori | 4.40 | —2.34 | —2.47 | |
| AG Per | 4.19 | —2.20 | —2.20 | —2.24 |
| YY Sgr | 3.96 | —2.35 | —2.35 | —2.35 |
| V523 Sgr | 3.83 | —2.72 | —2.72 | |
| V526 Sgr | 3.94 | —2.82 | —2.82 | |
| α Vir | 4.42 | —1.89 | —1.89 | |
| HV498 | 3.96 | —2.39 | —2.39 | |



Tuj ni konkludas ke la nombro de la bone studitaj sistemoj estas tre malgranda kaj ke la du metodoj kondukas al preskaŭ samaj valoroj, por $k_2$. Krome tiuj sistemoj okupas la superan parton de la precipa sekvenco.

Aliparte Semeniuk [4] citas aliajn sistemojn malkomplete observataj (kelkaj el ili estis tamen konsiderataj per Kopal kaj Mathis):

I — sistemoj kun dubigemaj elementoj: V477 cyg kaj RU Mon,

II — sistemoj kies U estas bone determinata, sed sen fotoelektra spektrografia orbito: V346 Cen, UW Lac, GN Nor, 523 Sgr, V 526 Sgr, AO Vel, DR Vul, HV 7498,

III — sistemoj kun evidenta apsida movado sed sen bone determinata U: V 889 Aql, V 380 Cyg, δ Ori, HBV 242,

IV — sistemoj suspektitaj pri apsida movado: Y Cam, AO Cas, AR Cas, SY Syg, α Vir.

Tabelo 2

Teoriaj modeloj

| Aŭtoro | maso | stadio | aĝo($10^6$ jaroj) | Log Te | log $\frac{R}{R_0}$ | log $k_2$ | $\rho_c / \bar{\rho}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mathis | 10 | 1 | | 4.459 | 0.580 | —1.766 | 29.38 |
| | 5 | 1 | | 4.289 | 0.421 | —1.997 | 40.16 |
| | | 2 | | 4.251 | 0.532 | —2.082 | 79.89 |
| | | 3 | | 4.231 | 0.583 | —2.129 | 112.70 |
| | 3 | 1 | | 4.150 | 0.299 | —2.134 | 59.78 |
| | 2.5 | 1 | | 4.095 | 0.259 | —2.189 | |
| | 2 | 1 | | 4.037 | 0.193 | —2.229 | |
| | | 2 | | 4.0173 | | —2.325 | |
| | | 3 | | 3.9942 | | —2.394 | |
| Semeniuk — Paczynski | 16 | 1 | 0.0000 | 4.532 | 0.718 | —1.81 | 32.45 |
| | | 2 | 1.7912 | 4.515 | 0.780 | —1.91 | 43.50 |
| | | 3 | 3.1993 | 4.503 | 0.829 | —2. | 61.10 |
| 1-a kemia kombino | | 4 | 4.3252 | 4.490 | 0.879 | —2.09 | 89.62 |
| | | 5 | 5.2376 | 4.474 | 0.933 | —2.17 | 139.17 |
| | | 6 | 5.9837 | 4.454 | 0.991 | —2.25 | 240.00 |
| | 4 | 1 | 0.0000 | 4.207 | 0.386 | —2.12 | 58.27 |
| | | 2 | 19.764 | 4.187 | 0.439 | —2.17 | 82.66 |
| | | 3 | 35.602 | 4.174 | 0.480 | —2.22 | 107.32 |
| | | 4 | 48.378 | 4.160 | 0.520 | —2.26 | 148.08 |
| | | 5 | 58.769 | 4.146 | 0.559 | —2.29 | 211.86 |
| | | 6 | 67.247 | 4.132 | 0.597 | —2.33 | 316.48 |

(initia kemia kombino: Mathis: X=0,596, Y=0.384, Z=0.02)
Semeniuk-Paczynski: X=0.602, Z=0.044, $\chi_{cno}$ =0.0267, $x_{14}$=0.008)

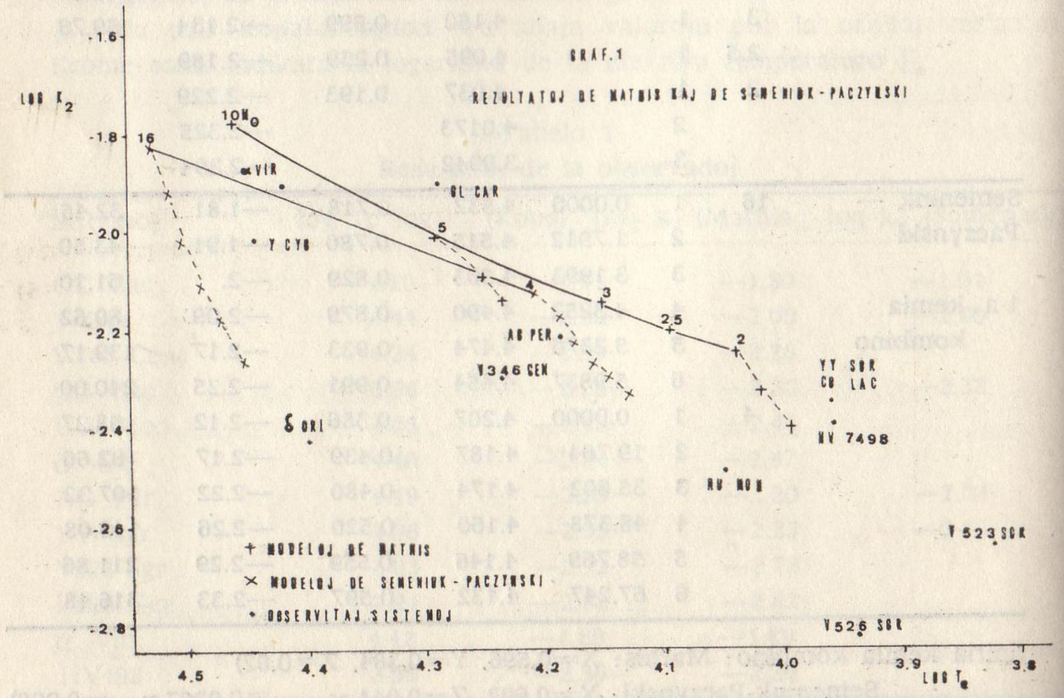
### 3. — Teoriaj modeloj.

Ni konsideras ĉi-tie la modelojn kiujn akordiĝas plej bone kun la observadoj, nome la modelojn de Mathis [5] kaj de Semenuk — Paczynski [6]. Temas pri modeloj kun konvekta kerno kaj radiado voloaĵo. Semeniuk kaj Paczynski konsideris tri kemiajn kombinojn, sed ĉar la rezultatoj malgrande malsamas, ni konsideros ĉi-tie nur la unuan kemian kombinon.

En la tabelo 2 ni indikas la por ni interesantaj informojn pri tiuj modeloj. En diversaj kazoj la aŭtoroj studis plurajn stadiojn en la evoluado de la modeloj. La numeron de la stadio entenas la tria kolono (la n° 1 korespondas al la komenca stadio). Por la modeloj de Semeniuk-Paczynski la aĝo estas krome indikata. En la aliaj kolonoj ni havas la mason (en sunaj masoj), log $T_e$, $\frac{R}{R_0}$ (R=radio de la modelo $R^0$ = suna radio), log $k_2$ (ĉi-tie la indico »i« de $k_{ij}$ ne estas necesa ĉar temas pri modelo) kaj la kvocienton $\frac{\rho_c}{\bar{\rho}}$ kie $\rho_c$ estas la centra denseco kaj $\bar{\rho}$ la meza denseco.

### 4. — Komparado kaj konkludo.

La grafikaĵo 1 permesas komparadon inter la rezultatoj de la observadoj kaj de la teoriaj modeloj.





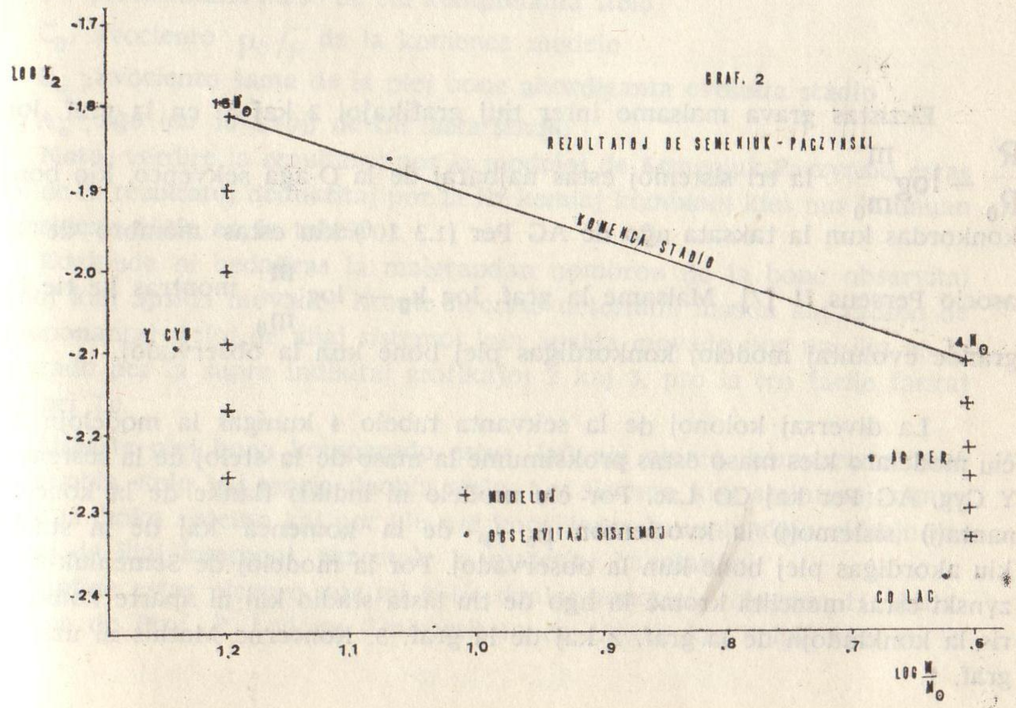

Videble la stelevoluado estas konsiderenda kaj tiamaniere la akordo aspektas bone.

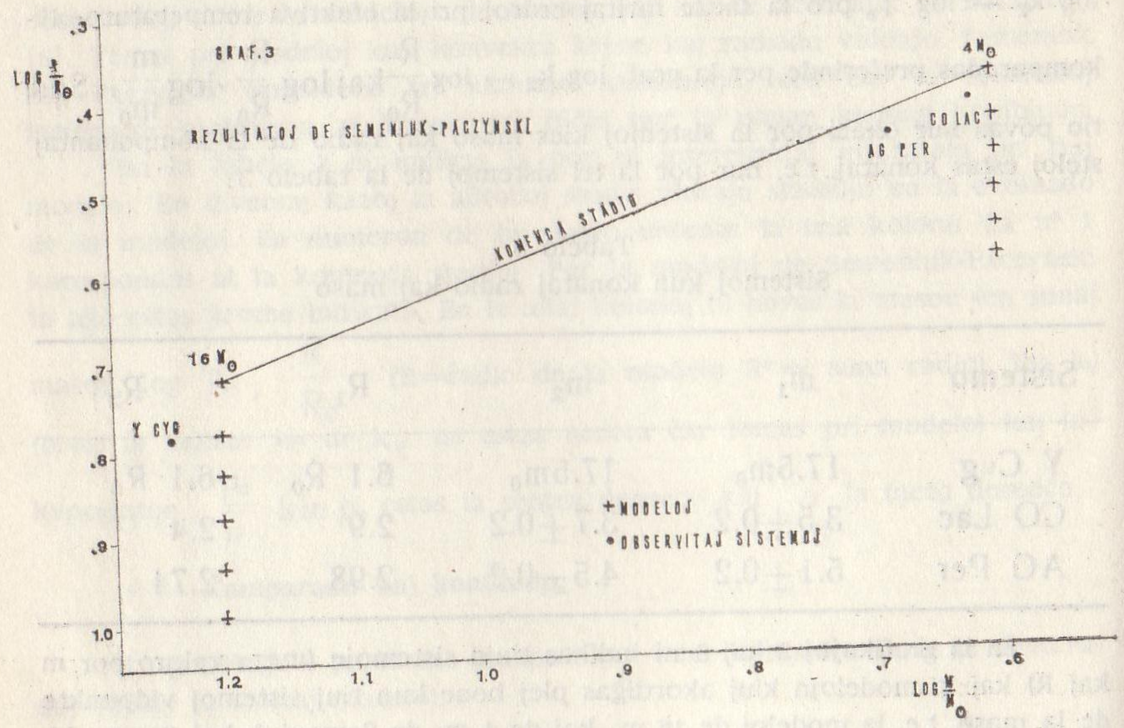
Tamen Semeniuk kaj Paczynski [6] ne ŝatas komparadon per la graf. log $k_2$ — log $T_e$ pro la facile faritaj eraroj pri la efektiva temperaturo. Ili komparadas preferinde per la graf. log $k_2$ — log $\frac{R}{R_0}$ kaj log $\frac{R}{R_0}$ -log $\frac{m}{m_0}$. Sed tio povas nur okazi por la sistemoj kies maso kaj radio de la komponantaj steloj estas konataj, t.e. nur por la tri sistemoj de la tabelo 3:

Tabelo 3
Sistemoj kun konataj radio kaj maso

| Sistemo | $m_1$ | $m_2$ | $R_1$ | $R_2$ |
|---|---|---|---|---|
| Y Cyg | $17.5 m_0$ | $17.5 m_0$ | $6.1\ R_0$ | $6.1\ R_0$ |
| CO Lac | $3.5 \pm 0.2$ | $3.7 \pm 0.2$ | 2.9 | 2.4 |
| AG Per | $5.1 \pm 0.2$ | $4.5 \pm 0.2$ | 2.98 | 2.74 |

En la grafikaĵoj 2 kaj 3 ni indikas tiujn sistemojn (meza valoro por m kaj R) kaj la modelojn kiuj akordiĝas plej bone kun tiuj sistemoj vidpunkte de la maso, t.e. la modeloj de 16 $m_0$ kaj de 4 $m_0$ de Semeniuk kaj Paczynski.






Ekzistas grava malsamo inter tiuj grafikaĵoj 2 kaj 3: en la graf. log $\frac{R}{R_0} - \log \frac{m}{m_0}$ la tri sistemoj estas najbaraj de la O-aĝa sekvenco, kio bone konkordas kun la taksata aĝo de AG Per (1.3 $10^6$) kiu estas membro de la asocio Perseus II [7]. Malsame la graf. log $k_2 - \log \frac{m}{m_0}$ montras ke tie la grande evoluitaj modeloj konkordiĝas plej bone kun la observadoj.

La diversaj kolonoj de la sekvanta tabelo 4 kunigas la modelojn de ĉiu modelaro kies maso estas proksimume la maso de la steloj de la sestemoj Y Cyg, AG Per kaj CO Lac. Por ĉiu modelo ni indikis flanke de la koncernanta(j) sistemo(j) la kvocienton $\rho_c / \bar{\rho}$ de la komenca kaj de la stadio kiu akordiĝas plej bone kun la observadoj. Por la modeloj de Semeniuk-Paczynski estas menciita krome la aĝo de tiu lasta stadio kaj ni aparte konsideris la konkludojn de la graf. 2 kaj de la graf. 3. Koncerne Mathis ni uzis la graf. 1.



Tabelo 4

| Sistemo | Maso en $m_0$ (*) | Mod. de Mathis | | | Mod. de Semeniuk - Paczynski | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | graf. $\log k_2 - \log \frac{m}{m_0}$ | | graf. $\log \frac{R}{R_0} - \log \frac{m}{m_0}$ | |
| | | $10 m_0$ | $5 m_0$ | $3 m_0$ | $16 m_0$ | $4 m_0$ | $16 m_0$ | $4 m_0$ |
| Y Cyg | 17 | $C_0 = 30$ | | | $C_0 = 30$ | | $C_0 = 30$ | |
| | | | | | $C_e = 110$ | | $C_e = 50$ | |
| | | | | | $A_e = 5.8$ | | $A_e = 2.7$ | |
| AG Per | 5 | $C_0 = 40$ | $C_0 = 60$ | | $C_0 = 55$ | | $C_0 = 55$ | |
| | | $C_e = 110$ | | | $C_e = 135$ | | $C_e = 100$ | |
| | | | | | $A_e = 56.8$ | | $A_e = 41$ | |
| CO Lac | 4 | $C_0 = 40$ | $C_0 = 60$ | | $C_0 = 55$ | | $C_0 = 55$ | |
| | | $C_e = 110$ | | | $C_e = 565$ | | $C_e = 75$ | |
| | | | | | $A_e = 160$ | | $A_e = 17.9$ | |

(*) proksimuma maso de ĉiu komponanta stelo

$C_0$: kvociento $\rho_c / \bar{\rho}$ de la komenca modelo

$C_e$ : kvociento sama de la plej bone akordiganta evoluita stadio

$A_e$ : aĝo (en $10^6$jaroj) de tiu lasta stadio

**Noto**: verdire la rezultatoj por la modeloj de Semeniuk-Paczynski estas mezoj de la rezultatoj deduktitaj por la tri kemiaj kombinoj kies nur la unuan ni konsideris ĉi-tie en la tabelo 2.

Konklude ni bedaŭras la malgrandan nombron de la bone observitaj sistemoj kun apsida movado. Krome necesas determini mason kaj radion de la komponantaj steloj de aliaj sistemoj kun apsida movado por uzi ilin en la komparado per la supre indikitaj grafikaĵoj 2 kaj 3, pro la tro facile faritaj eraroj pri Te.

Aliparte plej bona komparado estus, laŭ nia opinio, komparado inter fizika duobla stelo kaj teoria duobla stelo, t.e. sistemo kies stelmasoj samus tiujn de la fizika sistemo kaj por kiu oni konsiderus la evoluadajn efikojn rezultantaj de iliaj interagoj, ekzemple la materiaj interŝanĝoj.

Finfine estas plezuro por mi ĉi-tie danke honorigi Doktoron H. Robe, asistanton de Prof. P. Ledoux (Universitato de Liège), kiu helpis min en la laboro.

**Bibliografio**


1. — Z. Kopal — 1959 — »Close binary systems«. Champan & Hall, London, and Wiley, New York.

2. — Z. Kopal — 1966 — »Internal structure of the stars and apsidal motion«. »Advances in astronomy and astrophysics«. 3,89.

3. — I. Semeniuk — 1967 — »CO Lacertae, an eclipsing variable with apsidal motion«. A.A. **17**,223.

4. — I. Semeniuk — 1968 — »Photoelectric observations of six eclipsing variables with apsidal motion«. A.A. **18**,1.

5. — J. S. Mathis — 1967 — »The apsidal constants of stellar models«. Ap. J. **149**,619.

6. — I. Semeniuk kaj B. Baczynski — 1968 — »Apsidal motion in the binary systems III. Model computations«. A.A. **18**,33.

7. — A. Blaauw — 1952 — »The age andevolution of the ζ Persei gruop of O- and B-stars«. B.A.N. **11**,405.




EL SCIENCA REVUO de Internacia Scienca Asocio Esperantista, Vol. 20 (1969.), n-ro 3/4

517.92:517.512

## PRI SOLVO DE UNUMEZURA MULTEPARAMETRA EKSTREMA PROBLEMO LAŬ METODO DE LA POTENCAJ SERIOJ

**(Filĉakov P. F.[1]) Sekennyk A. A., Matvijiŝyn Ja. O.; Kiev, USSR.)**

La scienco pri defirencialaj ekvacioj laŭ sia esenco restas ĉiam juna kaj ĉiam evoluata, ĉar en ĉiuj novaperintaj branĉoj de ecplorado (biologio, kibernetiko, sociologio, astrofiziko k.a.) ĝi tuj trovas por si novajn sferojn de uzado kaj ĉerpas ĉe ili freŝajn kaj originalajn ideojn por siaj novaj problemoj

La solvo de liniaj ekvacioj pli altaj ol unua ordo kun variaj koeficientoj ne povas esti prezentitaj en la ĝenerala kazo kun helpo de la elementaj funkcioj. Des pli, se oni parolas pri neliniaj ekvacioj.

Vaste uzata estas la metodo de la potencaj serioj, sed uzante ĉi-metodon ni renkontiĝas kun malfacilaĵoj ĉe diferenciado de funkcioj aŭ, se diri pli simple, kun kalkulaj malfacilecoj. Kvankam kalkula tekniko tre progresis dum la lastaj jardekoj, oni ne ĉiam povas eluzi ĝiajn komplezojn.

Por eviti similajn kalkulajn komplikaĵojn estas proponita nova metodo (I), apoganta sin sur la malnovan ideon de Leonhard Euler (8). Solvon de diferenciala ekvacio oni prezentigas per la potenca serio kun nekonataj koeficientoj, kies trovado faciliĝas dank'al speciala rekurenta formulo. Ĉi formulo permesas trovi simplan skemon kaj por vastaj klasoj de la ekvacioj la solvon de Koŝi-problemo povas esti kalkulita ĝis la fino eĉ kun helpo de simpla mana aritmometro. La metodo facile estas transportebla en kompleksan sferon, oni rekte esprimas radiuson de la konverĝo (laŭ tabeloj) kaj analitikan daŭrigon) kaj eĉ strangajn punktojn.

La potencaj serioj por integrado de unu diferenciala ekvacio unue estis aplikitaj de Isaas Newton (1676). Aro da verkaĵoj de Gottfried W. Leibniz, Ja. Bernulli kaj J. Bernulli enhavas sisteman priskribon de la metodo de nedifinitaj koeficientoj por solvo de linearaj kaj kelkaj aliaj diferencialaj ekvacioj.

Sekvan gravan paŝon entreprenis en tiu direkto Leonhard Euler. Li proponis solvon de la ekvacio

$$y' = f(x,y),$$

kiu plenumas kondiĉon $y(0) = 0$ serĉi en la formo de potenca serio

$$y = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots$$

---

[1]) koresponda membro de la Ukrainia Scienca Akademio