moralaj valoroj en industrio kaj pri la neceso de sincereco en laboro ĉiutaga; ĝi vere estis verko filozofia!

D-ro *Franklin* unue studis la belarton de desegnado, kaj tio helpis lin fari aparaton kiu vidigas la ĉiam batalantajn elementojn en metaloj; en sia prelego li traktis sian temon de vidpunkto humanisma. Sendube en tiu homo troviĝas kombino de arto, scienco kaj filozofio — kombino tiel rara kaj altvalora en la hodiaŭa mondo.

511.132.3 : 511.213

ĜENERALA REGULO PRI LA DIVIDEBLECO DE ENTJEROJ PER ALIAJ ENTJEROJ

de P. SCHÄFER (Germanujo).

La Elementa Aritmetiko havas belecmankon en la ĉapitro pri la dividebleco de entjeroj per aliaj entjeroj. Oni donas regulojn por la dividebleco per 2, 4, 8; 3, 9; 11 kaj — tre malofte kaj ne ĉiam koncize — per 7. Oni uzas la econ, ke $7\times11\times13 = 1001$, por pruvi ke nombroj de la formo 784784 estas divideblaj per 7, 11 kaj 13. Oni inventis spritplenajn metodojn por dispartigi la nombron dividotan per iu dividanto en konvena maniero. Sed en la matematika literaturo ĝis nun tute mankas ĝenerala, bone fondita regulo, kiu liveras por ĉiu entjero kaj kiu ajn dividanto la reston, speciale la eventualan reston 0, t.e. la pruvon pri la dividebleco, kaj kiu resumas la ĝis nun konatajn apartajn regulojn, laŭ la tendenco de la scienco progresi indukte de la multeco al la unueco.

Tian regulon alportas ĉi tiu artikolo, kiu estas ekstrakto el pli detala germanlingva traktaĵo, transdonita je la 23.III.1946 al la Braunschweig-a Scienca Asocio (Akademio) kaj aprobita de ĝi, sed ĝis nun ankoraŭ ne presita manke de propra revuo.

Pri la interesa historio de ĉi tiu problemo mi ne raportas.[1])

Por esplori la divideblecon de entjero Z per alia entjero t, aŭ la t-reston, oni serĉu 2 laŭ absoluta valoro kiel eble plej malgrandajn entjerojn s kaj n tiajn ke $10^s \equiv n \pmod{t}$, aŭ $10^s = pt + n$, kie p estas, cetere sensignifa, entjero, kaj n estas pozitiva aŭ negativa.

Ekz. Dividanto $t = 11$:	$10^2 = 9\times11 + 1$;	$s = 2$,	$n = +1$
	aŭ $10 = 11 - 1$;	$s = 1$,	$n = -1$
Dividanto $t = 13$:	$10^2 = 8\times13 - 4$;	$s = 2$,	$n = -4$
Dividanto $t = 37$:	$10^3 = 27\times37 + 1$;	$s = 3$,	$n = +1$

Poste oni partigas Z de dekstre maldekstren en grupojn po s ciferoj, do ricevante ĝenerale s-ciferajn nombrojn, kiujn ni nomu „s-eloj” (prononcu: soeloj), do laŭ la valoro de s: 1-eloj, 2-eloj, 3-eloj, ktp. La komuna nomo estu „klasoj”. Estu la klasoj de entjero Z kies dividebleco per t ni esploras, laŭvice de dekstre maldekstren A_0, A_1, A_2, A_3, kc.; do estas

$$Z = A_0 + 10^sA_1 + 10^{2s}A_2 + 10^{3s}A_3 + \dots\dots \qquad = f(10^s)$$
$$= A_0 + A_1(pt+n) + A_2(pt+n)^2 + A_3(pt+n)^3 + \dots = f(pt+n)$$
$$= f(n) + Bt + Ct^2 + Dt^3 + \dots = f(n) + t.F(t)$$

laŭ la formulo de Taylor, kaj, ĉar $t.F(t)$ estas dividebla per t, sufiĉas esplori la divideblecon de $f(n)$ per t. Sed

$$f(n) = A_0 + nA_1 + n^2A_2 + n^3A_3 + \dots \qquad \text{(Mac. Laurin).}$$

Ni nomu la absolute plej malgrandajn t-restojn de A_0, A_1, A_2, ... samvice R_0, R_1, R_2, ..., tiujn de n, n^2, n^3, ... samvice r_1, r_2, r_3, ..., tiam **la sumo** $S = R_0 + R_1r_1 + R_2r_2 + R_3r_3 + \dots$ **havas la saman** t**-reston kiel** Z.

Laŭ la teorio de la nombroj la progresioj $r_1\, r_2\, r_3\, r_4 \dots$ ĉiam estas periodaj kaj facile kalkuleblaj por ĉiu n.

Ekzemploj.

Dividebleco per 2, 4, 8, 5, 25, 125. Ĉar aŭ jam la t-restoj r de la potencoj de n, aŭ, ĉe konvena elekto de s, la nombro n mem estas 0, ĉiukaze oni ricevos la konatajn regulojn.

Per 9 kaj 3.

$10 = 9+1$. $s = 1$, $n = 1$ kaj ĉiuj potencoj de n egalas al 1. 1-eloj.

$Z = 3\ 7\ 5\ 4\ 2\ 6$ (La 9-restoj R egalas al la respondaj 1-eloj).

$S = 3+7+5+4+2+6 = 27$.

S kaj do Z estas divideblaj per 9 kaj 3. (Larĝsumoj-regulo por 9 kaj 3).

Per 11. $10 = 11-1$. $s = 1$, $n = -1$,

kaj la potencoj de n estas alterne $+1$ kaj -1.

$Z = 7\ 5\ 4\ 7\ 2\ 1$ (La 11-restoj R egalas al la 1-eloj).

$S = -7+5-4+7-2+1 = 0$. Z dividebla per 11.

Alia solvo: $10^2 = 11\times9+1$. $s = 2$, $n = 1$ kaj ĉiuj potencoj de $n = 1$. 2-eloj.

$Z = 75\ \ 47\ \ 21$.

$S = -2\ +3\ -1 = 0$ (Larĝsumo de 11-restoj de la 2-eloj).

Per 7. $10^2 = 14.7+2$. $s = 2, n = 2$. 2-eloj. Periodo (vidu supre) 1, 2, 4.

$Z\quad 25\ 83\ 99\ 74\ 16.$

$\quad +4, -1, +1, +4, +2$ (7-restoj de la 2-eloj,

$\quad 2.\ \ .1\ \ .4\ \ .2\ \ .1$ obligataj per la periodaj potencrestoj)

$S = +8\ -1\ +4\ +8\ +2 = 21$ $\qquad$ Z dividebla per 7.

Per 13. $10^2 = 8.13-4$. $s = 2$, $n = -4$. 2-eloj. Periodo 1, -4, $+3$.

---

[1]) Oni vidu pri ĝi ekz.: Tropfke, Geschichte der Elementaren Mathematik, I.

$Z =$ 2 5 8 3 9 9 7 4 1 6.
–1, +5, –5, –4, +3 (13-restoj de la 2-eloj,
.–4 .1 .3 .–4 .1 obligataj per la periodaj potencrestoj)

$S =$ +4 +5 –15 +16 +3 = 13. Z dividebla per 13.

Per 17. $10^2 = 6.17-2$; $s = 2$, $n = -2$.
Periodo: 1, –2, 4, –8, –1, 2, –4, 8.
Per 19. $10^2 = 5.19+5$; $s = 2$, $n = 5$.
Komenco de la periodo: 1, 5, 6, –8, –2, 9 ...
Per 27 kaj 37. $10^3 = 27.37+1$; $s = 3$, $n = 1$.
La interesigita leganto pruvu, ke la entjero 2583997416 ankaŭ estas dividebla per 9, 11, 17, 19, 27 kaj 37.

550.87

PRI LA DIVENA VERGO

de K. H. WERNICKE (Germanujo).

Estas nerefutebla fakto ke kelkaj homoj estas kapablaj trovi subterajn akvovejnojn per la divena vergo. Tia vergo estas dubranĉa ligna forko, kies branĉojn la vergisto tenas per la manoj irante sur la esplorenda tereno. Kiam li transpaŝas subteran akvovejnon, tiam la vergo sen helpo de la vergisto moviĝas teren kun tiel granda forto, ke ĝi kelkfoje rompiĝas antaŭ la manoj firme tenantaj ĝin. Precipe taŭgas vergoj el aveluja aŭ salika ligno, sed ankaŭ estas eble diveni per faga vergo.

Kvankam la fakto de tia divenpovo estas konata de longa tempo, oni scias nenion ekzaktan pri la kaŭzoj, kiuj estigas tiajn grandetajn fortojn. Supozeble la kampo de la terradiado estas perturbata per la akvovejnoj kaj la divenkapablulo reagas je tiaj perturboj. Tiun supozon kredebligas la fakto, ke la vergo donas nenian signon super la akvo entera, kiu etendiĝas sub la tuta tereno, do estigas nevariantan radian kampon de l' tero.

La vergo ne nur montras la ekziston de akvovejnoj, sed la vergisto estas kapabla diri, en kiu profundo la vejno troviĝas. La metodoj de la vergistoj estas tre diversaj; jen metodo uzata de l' aŭtoro:

Dum la serĉado de vejno la vergo montras tiun jam antaŭ la transpaŝado, ĉar ĝi ĉiam etendiĝas en la direkto al la vejno, kiam la vergisto alproksimiĝas al tiu. Kiam la direkto de la vergo formas angulon de proksimume 45° kun la tersupraĵo, la distanco inter tiu punkto de la supraĵo al kiu la vergo tiam montras, kaj la punkto de la supraĵo kiu troviĝas vertikale super la vejno, estas egala al la distanco de la vejno al la tersupraĵo (laŭ vertikala direkto). (Estas konsiderenda persona faktoro, kiu estas diversa por diversaj personoj). Laŭ tiu metodo la aŭtoro mezuris la altecon de pontoj super fosoj kaj riveretoj, kaj tiel li pruvis la ĝustecon de la metodo.

621.396.9
621.396.663
413.164=089.2

NENIO NOVA SUB LA SUNO

de J. GILTAY (Nederlando).

Tiun tre malnovan aforismon ni ne interpretas laŭvorte, sed nur kiel pardonindan ekkrion de mirigita homo, kiu ree kaj ree spertas, ke liaj elpensaĵoj estas jam elpensitaj antaŭe en ofte nur tre malmulte diferenca formo.

Ni trovis antaŭ nelonge en tiu ĉi rilato rimarkindan kazon. En la libro *„Radarbeacons”* (radioeĥejoj), de la usonano *A. Roberts,* oni legas, ke en la jaroj 1939-1942 en multaj militantaj landoj oni eltrovis la respondilon, kiel ni povas nomi la aparaton, kiu konsistas el radioricevilo kaj radiosendilo, kaj per kiu la ricevataj radiosignaloj estas denove elsendataj. Tiuj resendataj signaloj estas utilaj al la originala elsendanto por ekscii la lokon kaj por la identigado de la resendanto (identigado de amiko aŭ malamiko, angla mallongigo: IFF). Laŭ *Roberts* la elpenso de la baza ideo de la respondilo, la resendado, ŝajnas ne tre malfacila. Ni opinias, ke li pravas, almenaŭ en la nomitaj jaroj. Sed ni iom miris, kiam montriĝis, ke la baza ideo estis jam publikigita en la jaro 1904a.

Vere *A.* kaj *H. von Staszewski* la 9-an de aprilo 1903a petis pri patento en Germanujo por: „aŭtomata signalaparato, sciiganta per elektraj ondoj al renkonte veturantaj, malproksimaj ŝipoj sian alproksimiĝon, karakterizita per tio, ke jam konata fluointerrompilo, elsendante kun fiksitaj tempodistancoj elektrajn ondojn, aŭtomate funkciigas en la riceva cirkvito elektromagneton, kies armaturo fermas novan cirkviton de induktilo, tiel ke la ŝipo unua avertita nun per tio aŭtomate resendas elektrajn ondojn al la ŝipo elsendinta la originalan signalon”, laŭ la resumo de la germana patento N-ro 148740.

Kvankam la en la patento detale priskribitaj rimedoj nuntempe kaŭzas rideton ĉe la moderna fakulo, oni devas konfesi, ke la baza ideo de la respondilo troviĝas kompleta en tiu malnova patento.

Sendube la ideo de la radioeĥejo estis en la jaro 1903a praktike senvalora, kaj en la jaroj 1940a-1945a nekredeble grava. Tio pruvas, ke la graveco de eltrovaĵo ne estas izola afero, sed povas dependi preskaŭ sole de la cirkonstancoj en kiuj la ideo estas proponata.

•

La aŭtoro de ĉi tiu artikolo proponas jenajn terminojn:
radioeĥilo = sendilo por la originalaj impulsoj + ricevilo por la eĥimpulsoj; eble preferinda estus *radioeĥigilo.*
radioeĥejo = la eĥanta objekto; mi preferus *radioeĥanto* aŭ *radioeĥaĵo.*

La aŭtoro distingas *aktivajn „radioeĥejojn”* kun plifortigilo, ankaŭ nomatajn *(radio)respondiloj,* kaj *pasivajn „radioeĥejojn”* sen plifortigilo. Fakuloj esprimu sian opinion pri ĉi tiuj proponoj. — *La redaktoro.*